Институт физики АН Латвийской ССР

ДЕВЯТОЕ РИЖСКОЕ СОВЕЩАНИЕ ПО МАГНИТНОЙ ГИДРОДИНАМИКЕ

I

Общие и теоретические вопросы

Тезисы докладов

Саласпилс 1978

М.Я.Антимиров, А.А.Колышкин

НЕСТАЦИОНАРНАЯ МГД-КОНВЕКЦИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ КРУГЛОМ КАНАЛЕ

Задача о нестационарной МГД - конвекции в вертикальном круглом канале является одной из наименее изученных в магнитной гидродинамике. Стационарное решение задачи о течении проводящей жидкости в вертикальном круглом канале в азимутальном магнитном поле, создаваемом текущим по жидкости продольным током, получено в работе /I/. Проведенный в /I/ анализ стационарного решения позволил найти границу монотонной неустойчивости движения.

В данной работе дается точное решение аналогичной нестационарной МГД - задачи. Анализ полученного решения позволил определить границу не только монотонной, но и колебательной неустойчивости.

Рассматривается течение проводящей жидкости в области $0 \le r \le R$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$ в азимутальном внешнем магнитном поле $\vec{B}^e = \{0, \frac{1}{2} j, 0\}$, создаваемом продольным током с плотностью $\vec{j} = \{0, 0, j\}$, ($j = const$). Течение считается полностью развитым - скорость, температура и индуцированное магнитное поле имеют вид:

$$\vec{v} = \{0, 0, v(r, \varphi, t)\}, \quad T = -Az + \theta(r, \varphi, t),$$

$$\vec{B}^i = \{0, 0, b(r, \varphi, t)\}, \quad A = const.$$

Канал окружен диэлектрическим массивом. Начальные условия для v, θ и b - нулевые, на границе $r = 1$:

$$v = 0, \quad b = 0, \quad \theta = f(\varphi, t).$$

Система уравнений, описывающих рассматриваемую задачу (см. , например, /2/) решена путем применения интегральных преобразований Лапласа, Фурье и Ханкеля. По полученным формулам проведены расчеты, которые показали, что если $\theta|_{r=1} = f(\varphi)$ не зависит от времени, то, например, при числе Гартмана $Ha = 15$, числе Рэлея $Ra = 200$, числе Прандтля $Pr = 0.003$ и при магнитном числе Прандтля $Pr_m = 3.2 \cdot 10^{-6}$ безразмерное время выхода на стационарное состояние равно 0.5.

Анализ полученных формул позволил определить границу монотонной и колебательной неустойчивости.

При $Pr > Pr_m$ и в открытом и в замкнутом каналах возможна только монотонная неустойчивость с критическими числами Рэлея

$$Ra_1 = \alpha_{nk}^4 + n^2 Ha^2,$$

где α_{nk} – корни уравнения $J_n(\alpha) = 0$.
При малых Ha основная мода для замкнутого канала есть $Ra_1 = \alpha_{11}^4 + Ha^2$ – соответствует антисимметричному движению с одним азимутальным и одним радиальным узлом.

При $Pr < Pr_m$ и $Ha^2 \geqslant \alpha_{nk}^4 n^{-2} (1+Pr)(Pr_m - Pr)^{-1}$ имеет место колебательная неустойчивость с критическими числами Рэлея

$$Ra_2 = (Pr+1) Pr_m^{-1} \left[(Pr + Pr_m) \alpha_{nk}^4 + n^2 Ha^2 Pr^2 (1+Pr)^{-1} \right]$$

и с частотами

$$\omega^2 = Pr_m^{-2} \left[(Pr_m - Pr) n^2 Ha^2 (1+Pr)^{-1} - \alpha_{nk}^4 \right].$$

На плоскости (Ha^2, Ra) построена дискриминантная кривая, которая разделяет эту плоскость на области, где возможен либо монотонный, либо колебательный выход на стационарное состояние.

Лит.: 1. Регирер С.А. ПМТФ, 1962, 2, 14. 2. Гершуни Г.З. и Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., "Наука", 1972.