

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Igors Ščukins

**Nelineāras dinamikas uzdevumu
modelēšanas algoritmu un metožu
attīstība. Bifurkācijas, haoss un retie
atraktori**

Promocijas darba kopsavilkums

Rīga-Daugavpils 2005 g.

Vispārīgs darba raksturojums

Promocijas darbs "Nelineāras dinamikas uzdevumu modelēšanas algoritmu un metožu attīstība. Bifurkācijas, haoss un retie atraktori" veltīts nelineāro svārstību sistēmu eksistējošo algoritmu un metožu pilnveidošanai un jaunu izstrādāšanai, pamatojoties uz šo sistēmu uzvedību pie skaitliskās modelēšanas, un šo metožu iegūto rezultātu izlietošanai dažādu sistēmu bifurkācijas analīzē. Īpaša uzmanība darbā veltīta tādu nelineāru parādību izpētīšanai kā haoss un retie atraktori. Darbā iegūti kvantitatīvi un kvalitatīvi rezultāti dažādu (ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm) nelineāro dinamisko sistēmu dinamikas analīzē. Darbam ir ievads, astoņas nodaļas, secinājumi, literatūras saraksts ar 231 nosaukumiem un pielikums.

Darba aktualitāte.

Dabā un tehnikā dažādu dinamisku parādību pētīšana nesaraucjami ir saistīta ar nelineārām parādībām un to vispārīgo likumsakarību izpētīšanu, kas raksturo dinamisku sistēmu uzvedību reālos apstākļos. Pēdējos gados sevišķi pieaugusi interese par jaunu nelineāro efektu pētīšanu, kuri var būt lietderīgi izmantojami pat sistēmās ar ne pārāk sarežģītu struktūru vibrotehnikā un vibromašīnās.

Liels dažādu algoritmu daudzums tiek izmantots nelineārās dinamiskas sistēmu pētīšanā, bāzējoties uz svārstību skaitlisko modelēšanu, kurās nepieciešams ievērojams datora laika izlietojums eksperimentu izdarīšanai. Pat moderna skaitļošanas tehnika bieži neatļauj operatīvi un elastīgi veikt sarežģītus skaitliskus eksperimentus, īpaši sistēmās ar vairākām brīvības pakāpēm. Bet rezultātu precizitāte var būt tieši atkarīga no skaitlisko eksperimentu daudzuma konkrētās modelēšanas sistēmās. Eksistējošo analīzes algoritmu optimizācija un jaunu metožu izstrādāšana konkrētiem uzdevumiem, tādejādi, var palielināt pētīšanas efektivitāti.

Tādejādi, nelineāro dinamisko sistēmu analīzes algoritmu un metožu uzlabošanas jautājums ir ļoti aktuāls. Promocijas darbā aplūkotā modelēšanas algoritmu uzlabošana gabalu sistēmām, izmantojot skaitliskos algoritmus un analītiskus risinājumus (pievienošanas metode ar pārslēgšanas momentu precizēšanu); diskretizācijas metožu uzlabošana, izmantojot A.Poincarē stroboskopisko attēlošanu; periodiskās kustības stabilitātes novērtēšanas algoritmu un periodisko atraktoru un repeleru meklēšanas algoritmu izstrādāšana un pilnveidošana. Īpaša uzmanība tika veltīta parametriskās analīzes algoritmiem un metodēm: *kustība pa parametru* bifurkācijas diagrammu konstruēšanai un *kustība pa bifurkāciju robežu* bifurkācijas karšu konstruēšanai.

Darbā doti jauni analīzes rezultāti vairākām sistēmām: impulsu vibrotriecienu sistēmas ar vienu brīvības pakāpi un ar nelineāriem elastīgiem un disipatīviem raksturojumiem, ķēdes un plakanas sistēmas ar vairākām brīvības pakāpēm un periodisko ierosmi, diskrētas dinamiskās sistēmas, Lorenca sistēma.

Jaunu analīzes algoritmu un metožu izstrādāšanai nelineārām dinamiskām sistēmām ir zinātniskā un praktiska interese, tāpēc, ka eksistējošie algoritmi neļauj efektīvi pētīt jaunas nelineāras parādības. Šie apstākļi nosaka promocijas darba aktualitāti.

Promocijas darba mērķis.

Būtiski nelineāro svārstību sistēmu ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm eksistējošo algoritmu un metožu pilnveidošana un jaunu izstrādāšana; izstrādāto un pilnveidoto pieeju un metožu izmantošana jaunu nelineāro efektu pētīšanai nepārtrauktās, gabalu un diskrētās sistēmās ir promocijas darba mērķis.

Zinātniskais jaunums un galvenie rezultāti.

Promocijas darbā ir iegūti sekojoši jauni rezultāti nelineāro dinamisko sistēmu svārstību pētīšanā:

1. Pilnveidoti un izstrādāti jauni analīzes algoritmi nelineārām dinamiskām sistēmām ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm: izstrādāts un aprobēts jauns algoritms pārejas procesa konverģences analīzei, pilnveidota Ņutona-Kantoroviča metode - paātrināta nekustīgo punktu meklēšana sistēmās ar vairākām brīvības pakāpēm, piedāvātas jaunas pieejas bifurkāciju diagrammu konstruēšanai ar kustības pa parametru metodes palīdzību, izstrādāta un aprobēta kustība pa bifurkāciju robežu metode bifurkāciju karšu konstruēšanai.
2. Visi izstrādātie algoritmi tika realizēti programmas paketē SPRING: fāzu trajektoriju analīze; diskrētas attēlošanas punktu analīze; kontūra attēlošana un kontūra skenēšana; diskrētās attēlošanas nekustīgo punktu meklēšana un stabilitātes novērtējums, bifurkāciju diagrammu konstruēšana pēc kustības pēc parametra un parametra skenēšanas metodēm; bifurkāciju kartes konstruēšana dažādās nelineārās dinamiskās sistēmās.
3. Izmantojot izstrādātās analīzes metodes: izpildīts Feigenbauma konstantes aprēķins divkāršošanas perioda kaskādē vibrotriecienu sistēmās; atklātas un paskaidrotas bifurkāciju diagrammu īpatnības vibrotriecienu sistēmās - grazing un bifurkāciju diagrammu zaru pārrāvumi (histerēze); laikam pirmoreiz konstruētas bifurkāciju kartes vibrotriecienu sistēmām un atrastas tādas parādības kā retie atraktori un subkritiskās divkāršošanās bifurkācijas; pirmoreiz konstruēta bifurkāciju diagramma kompleksajam parametram.

4. Iegūti jauni rezultāti sistēmai, kas apraksta stieņa svārstības atomu reaktorā - cieta ķermeņa svārstības ar cietiem triecieniem: konstruēti bifurkācijas diagrammas zari, kas atbilst nestabiliem risinājumiem, un, pateicoties tiem, parādīta reto atrektoru un UPI eksistence.
5. Realizēta izstrādāto metožu pielietošana nelineārām dinamiskām sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm. Laikam pirmoreiz konstruētas bifurkācijas diagrammas, kas satur nestabilus zarus, ķēžu sistēmām ar divām un sešām brīvības pakāpēm un sistēmai, kas apraksta cieta ķermeņa svārstības divdimensiju elastīga laukā. Parādīta reto atrektoru, UPI un protuberances eksistence. Atrastas īpašas bifurkācijas, kas ir raksturīgas tikai sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm.
6. Iegūti jauni rezultāti diskrētām sistēmām un sistēmām, kuras var aprakstīt ar pirmās pakāpes diferenciālvienādojumiem (Lorenca veida): laikam pirmoreiz konstruēti bifurkācijas diagrammas zari, kas atbilst nestabiliem risinājumiem, un, pateicoties tiem, parādīta reto atrektoru un UPI eksistence;
7. Izstrādātie būtiski nelineāro sistēmu plašai klasei algoritmi un metodes ļauj veikt šo sistēmu globālo analīzi, mainot tās parametrus un fāžu koordinātes, un atrast jaunus, līdz šim nezināmus, stabilus režīmus, kas ir derīgi teorijai un praktiskiem pielietojumiem.

Darba praktiskā vērtība.

Iegūtie rezultāti izmantojami mācību procesā, lasot studentu kursu "Nelineārā dinamika. Ievads" un, mācot Rīgas Tehniskajā universitātē maģistratūras un doktorantūras mācību kursu virzienā "Nelineārā dinamika, haoss, katastrofas un vadība". Promocijas darba rezultātus lieto arī studenti zinātniski-pētnieciskajos darbos.

Rezultātu ticamība.

Rezultātu ticamību nodrošina: moderno metožu būtiski nelineāro dinamisko sistēmu analīzei izmantošana; izstrādāta sistemātiska pieeja piespiedu svārstību nelineārās dinamiskās sistēmās pētīšanai; precīzu analītisko metožu un skaitlisko metožu salīdzināšana gaballineāras sistēmās; jauno pētīšanas rezultātu sakritība, kuri iegūti, izmantojot ne mazāk kā trīs dažādas metodes.

Publikācijas.

Publicēts 21 ar promocijas darba tēmu saistīts darbs.

Darba aprobācija.

Atsevišķas promocijas darba nodaļas tika ziņotas RTU Mehānikas institūta semināros no 1995. gada līdz 2005. gadam; XI vibrotrieciensistēmu dinamikas simpozijā (Maskava, 1995); starptautiskajā simpozijā "Nelineārās dinamiskas sistēmu analīze un sintēze mehānikā" (Rīga, 1996); RTU 38. studentu zinātniskajā konferencē (Rīga, 1997); III starptautiskajā zinātniski tehniskajā konferencē "Vibrācijas mašīnas un tehnoloģijas" (Kurska, 1997); Starptautiskajā simpozijā "Nelineārās dinamiskas sistēmas sintēze" (Rīga, 1998); 1. starptautiskajā Baltijas-Bulgārijas mehānikas, biomehānikas un bionikas konferencē (Varna, 2000); 1. studentu starptautiskajā konferencē "Nelineārā dinamika, haoss, katastrofas un vadība" (Rīga, 2001); Starptautiskajā konferencē, kas veltīta A.A.Andronova 100. dzimšanas dienai (Nižnij Novgoroda, 2001); III starptautiskajā simpozijā "Vibrotriecienu (stipri nelineāro) sistēmu dinamika" (Maskava, 2001); 2. pasaules latviešu zinātnieku kongresā (Rīga, 2001); 42. RTU zinātniskajā konferencē (Rīga, 2001); 2. starptautiskajā konferencē "Vibroinženierija - 2001" (Kauņa, 2001); XIII starptautiskajā simpozijā "Vibrotriecienu (stipri nelineāro) sistēmu dinamika" (Maskava, 2002); 43. RTU zinātniskajā konferencē (Rīga, 2002); XIV starptautiskajā simpozijā "Vibrotriecienu (ļoti nelineāru) sistēmu dinamika" (Maskava, 2003), 5* EUROMECH Nonlinear Dynamics Conference ENOC-2005 (Eindhoven, 2005).

Aizstāvēšanai piedāvā.

Aizstāvēšanai piedāvā jaunas un pilnveidotas analīzes metodes nelineārām dinamiskām sistēmām, pamatojoties uz šo sistēmu uzvedību pie skaitliskās modelēšanas, un ar šo metožu palīdzību iegūtos rezultātus dažādām nelineārām dinamiskām sistēmām (impulsu vibrotriecienu sistēmas ar vienu brīvības pakāpi un ar nelineāriem elastīgiem un disipatīviem raksturojumiem, ķēdes un plakanas sistēmas ar vairākām brīvības pakāpēm un periodisko ierosmi, diskrētas dinamiskās sistēmas, Lorenca sistēma) un atklātos šajās sistēmās jaunus nelineāros efektus.

Darba struktūra un apjoms.

Disertācijās darbā ir ievads, astoņas nodaļas, secinājumi, literatūras saraksts (231 nosaukums) un pielikums. Darba apjoms ir 205 lappuses.

Darba saturs

Disertācijas darbs ir veltīts nelineāro svārstību sistēmu eksistējošo algoritmu un metožu pilnveidošanai un jauno izstrādāšanai, pamatojoties uz šo sistēmu uzvedību pie skaitliskās modelēšanas, un šo metožu iegūto rezultātu izlietošanai dažādu sistēmu bifurkāciju analīzē.

Ievadā ir pamatota disertācijas tēmas aktualitāte un formulēti darba vispārīgie mērķi: eksistējošo algoritmu un metožu pilnveidošana un jaunu izstrādāšana nelineārām dinamiskām sistēmām ar vienu vai vairākām brīvības pakāpēm un šo metožu pielietošana jauno nelineāro efektu pētīšanai. Īsi aprakstīts promocijas darba saturs un galvenie rezultāti.

Pirmajā nodaļā aprakstīta šodienas situācija un noformulēts promocijas darba uzdevums.

Nelineārās dinamikas teorijas pamatus izstrādāja tādi izcili zinātnieki kā I.Newton, A.Poincare, A.M.Ļapunovs, J.D.Birkhoff, van der Pol, A.A.Andronovs, N.M.Krirovs, N.N.Bogoljubovs, L.I.Mandelštams, C.Hayashi un daudzi citi. Mūsdienu zinātnieki, tādi kā: J.G.Panovko, I.I.Bļehmans, M.Z.Kolovskis, V.I.Babickis, J.I.Neimarks, A.E.Kobrinskis, F.Moon, Ph.Holms, G.J.Panovko, K.Ragulskis, V.Ragulskiene, R.Bansevičus, L.M.Litvins, F.Peterka, M.I.Fejgin, P.S.Landa, Y.Ueda, D.I.Trubeckovs, V.S.Aniščenko, V.K.Astaševs, K.V.Frolovs, A.A.Zevins, M.F.Dimentbergs, J.M.T.Thompson, H.B.Stewart, L.Chua, S.J.Hogan, W.Szemplinska-Stupnicka, M.Weircigroch, G.Stepan, F.L.Černousjko, Jon J.Thomsen, Dick H. Van Campen un citi deva būtisku ieguldījumu nelineārās dinamikas attīstībā. Nelineāro dinamisko sistēmu pētīšana tiek veikta arī Rīgas Tehniskajā universitātē: E.Lavendelis, M.V.Zakrževskis, J.Vība, C.L.Cifanskis, J.Auziņš, A. Januševskis un citi.

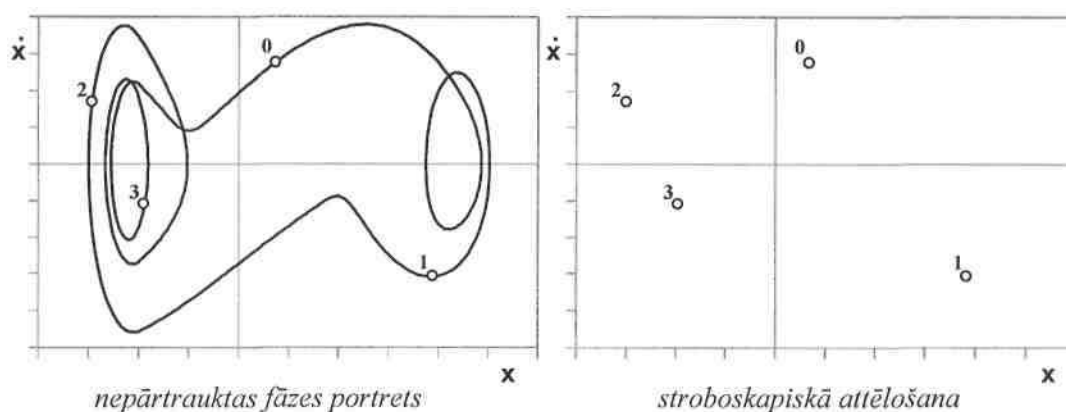
Mūsdienu nelineāro dinamisko sistēmu svārstību pētīšanas metožu analīze parādīja, ka bifurkāciju analīzes metodes ir nepietiekami izstrādātas. Vairākumā metodes, kas minētās literatūrā un zinātniskajos darbos, veltītas nelineāro dinamisko sistēmu parametriskai analīzei, un bifurkāciju diagrammas ir konstruētas ar tiešas skenēšanas metodes palīdzību. Tāda pieeja neļauj pilnībā attēlot daudzrežīmu parādību un principiāli izslēdz zaru konstruēšanas iespēju, kas atbilst nestabilo svārstību režīmam. Bet nestabilie režīmi ir principiāli svarīgi haotisko un reto atraktoru meklēšanai un pētīšanai. Arī, mūsdienu literatūrā maza uzmanība tiek veltīta tādiem jautājumiem, kā nestabilo periodisko režīmu meklēšana un pētīšana, stacionāro režīmu pievilkšanas apgabalu un bifurkāciju karšu konstruēšanas metodēm. Modernas skaitļošanas tehnikas straujā attīstība atver jaunas iespējas nelineāro dinamisko sistēmu pētīšanai, pamatojoties uz skaitlisko modelēšanu. Tādejādi, lai realizētu šo iespēju ir nepieciešams modificēt vecās un izstrādāt jaunas metodes un pieejas.

Otrajā nodaļā sistemātiski tiek aprakstīti visi darbā izmantotie algoritmi un metodes, īpaša uzmanība veltīta tiem algoritmiem un metodēm, kuras izstrādājis vai uzlabojis autors. Visi aprakstītie algoritmi ir attiecināti uz dinamisko sistēmu ar patvaļīgu brīvības pakāpes skaitu un var tikt pielietoti dažādu veidu modeļu pētīšanai: dinamiskās sistēmās ar gludiem, pārtrauktiem, gaballineāriem raksturojumiem; vibrotreicienu un impulsu sistēmās; dinamiskās sistēmās, kuras apraksta ar diskrētiem vienādojumiem.

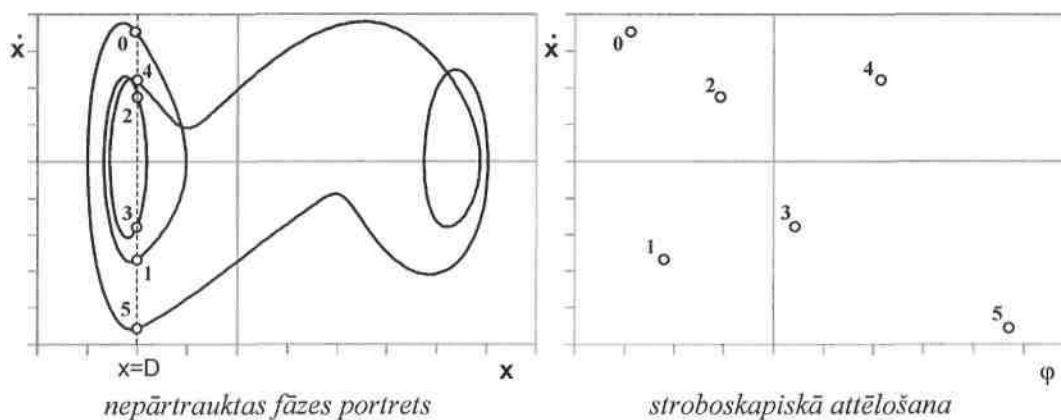
Diferenciālo vienādojumu skaitliskam atrisinājumam izmantotās klasiskās metodes - Runge-Kutta, Adamsa, Adamsa-Bašforta, Heminga, Milna metodes. Samērā liela skaitlisko metožu izvēle ļauj izvēlēties optimālu katrai dinamiskajai sistēmai. Turklāt, iegūto ar dažādām metodēm rezultātu salīdzināšana palīdz izsargāties no metodiskām kļūdām.

Pievienošanas metode, kas izmatota gabalsistēmu pētīšanai, ir uzlabota ar pārslēgšanas momentu precizēšanas palīdzību. Ierobežoto dinamisko modeļu klasēm izmantotas precīzas analītiskās metodes.

Visām metodēm, izskatītām promocijas darbā, pamatā ir nepārtraukto fāzes trajektoriju aizstāvēšana ar diskrētiem punktiem. Starp citu, šāda pieeja ļauj lietot vienas un tās pašas metodes un algoritmus dažādu dinamisko sistēmu uzvedības analīzei, neatkarīgi no tās struktūras un matemātikas, kas ir to apraksta pamatā. Visizplatītākā diskretizācijas metode ir stroboskopiskās attēlošanas princips pēc laika (1.att.), tomēr dažām sistēmām



1.att. Nepārtrauktas fāzes portreta aizvietošana ar stroboskopiskās attēlošanas diskrētu punktu kopumu piemērs. Ja diskretizācijas periods ir vienāds ar ierosinātājspēka periodu, tad minētais fāzes portrets ir P4 kārtības subharmoniskā režīma fāžu portrets



2.att. Nepārtrauktas fāzes portreta aizvietošana ar diskrētu punktu kopumu piemērs. Koordinātes x diskretizācijai izvēlēta mīksta trieciņa pozīcija fāzes portretā ($x = D$). Tālāka analīzes atvieglināšanai diskrētā attēlošanā var atstāt tikai punkti ar pozitīva ātruma vērtībām. No šajā viedokļa minētais fāzes portrets pieder P3 kārtības režīmam (trīs trieciņi par viena režīma perioda)

šāda pieeja nav lietojama. Tāpēc darba tiek izskatītas arī citas metodes (2.att).

Viens no uzdevumiem, kas tiek risināts nelineārās dinamikas pētījumos, ir periodiskās kustības identifikācijas uzdevums. Dinamisko sistēmu kustību skaitliskās modelēšanas laikā ir nepieciešams atbildēt uz jautājumu, pamatojoties uz diskrētās attēlošanas punktu koordinātēm: vai pārejas process beidzas ar periodisku režīmu un kāda šī režīma kārtība? Lai atbildētu uz šo jautājumu, autors piedāvā izmantot pārejas procesa konverģences analīzes oriģinālalgoritmu.

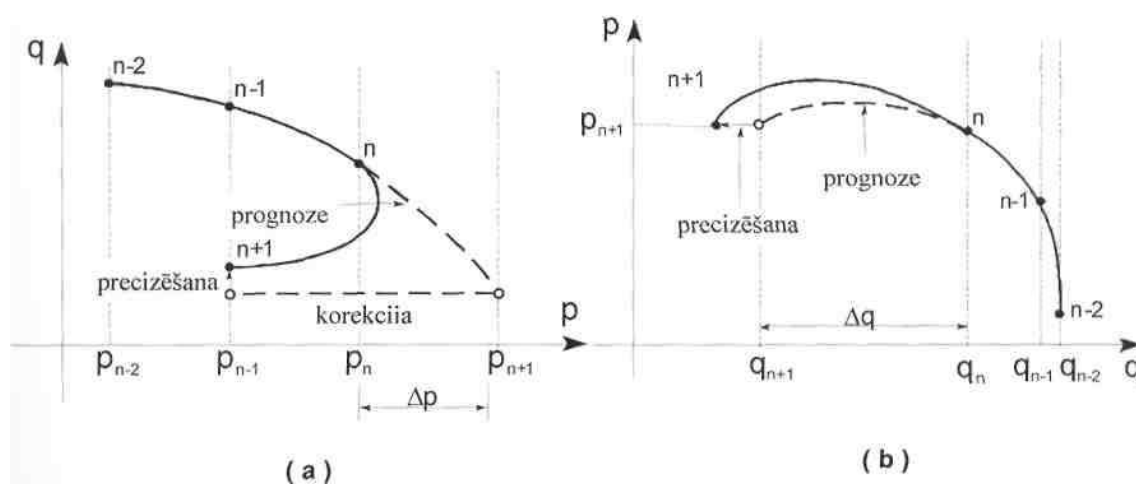
Tā kā daudzrežīma parādība ir parasta nelineārām dinamiskām sistēmām, pētnieks to uzvedības analīzes laikā sastopas ar jautājumu, cik periodisku režīmu eksistē noteiktos fāžu telpas apgabalos. Darba aprakstītas divas pieejas, kuras var būt izmantotas visu periodisko režīmu meklēšanai ierobežotā fāžu telpas apgabalā. Tās ir kontūra attēlošanas un gradienta fāžu lauka metodes.

Viens no svarīgākajiem periodiskās kustības pētīšanas uzdevumiem ir stabilitātes novērtēšana. Darbā detalizēti aprakstīta stabilitātes novērtēšana, pamatojoties uz monodromijas matricas pašvērtībām.

Periodisko režīmu meklēšana (to sākuma nosacījumu meklēšana) ir bāzes uzdevums lielākai nelineāro dinamisko sistēmu analīzes metožu daļai. Darbā šim uzdevumam izmantotas četras dažādas metodes: dabīgas pārejas procesa metode, parastās iterācijas metode, Ņūtona-Kantoroviča metode, un autoru izlabota, paātrināta Ņūtona-Kantoroviča metode.

Darbā aprakstīta fāžu telpas sadalīšana uz dažādos atraktoru pievilksanas apgabalos daudzrežīmu gadījumā. Piedāvātas divas metodes uzdevuma risinājumam: šūnas attēlošanas metode un seglu punkta separātrisas metode.

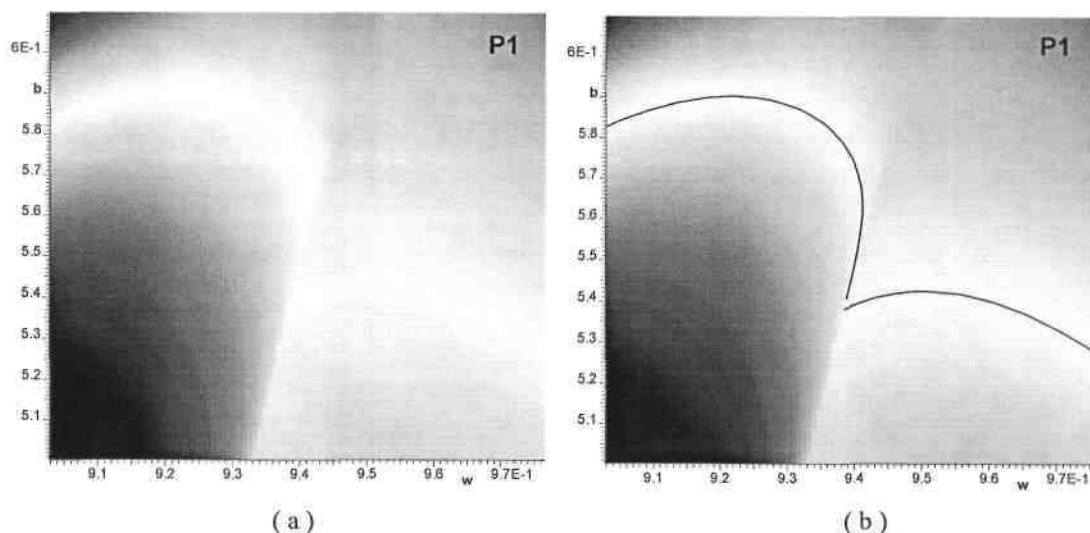
Bifurkāciju diagrammas konstruēšana ir viena no galvenajām metodēm nelineāro dinamisko sistēmu parametriskajā analīzē. Darbā aprakstītas divas bifurkāciju diagrammu konstruēšanas pieejas: kustības pa parametru metode (3.att.) un parametra skenēšanas



3. att. Jauna prognozes-precizēšanas algoritma darba shēmas bifurkāciju diagrammu konstruēšanai ar kustības pa parametru metodes palīdzību. Attēli ilustrē divus paņēmienus kārtēja diagrammas punkta prognozēšanai. Attēls (a) prognoze-korekcija-precizēšana, (b) pāreja uz kustību pa fāžu koordinātēm

metode.

Cits variants dinamisko sistēmu bifurkāciju analīzei ir bifurkāciju kartes konstruēšana. Karte sadala divu parametru plakni apgabalos ar kvalitatīvi vienādu uzvedību. Bifurkāciju karšu konstruēšanai var izmantot dažādas metodes. Viena no pieejām ir analogiska jau minētajam kustības pa parametru algoritmam - kustība pa



4. att. Bifurkāciju gradienta lauka piemērs, kas izmantots bifurkāciju kartes konstruēšanai. Ar gaišu krāsu izcelti parametru apgabali, kuri ir tuvi perioda divkāršošanas bifurkācijai. Attēlā (a) demonstrēts bifurkāciju lauka aprēķina rezultāts, attēlā (b) tam pievienots kustības pa bifurkāciju robežu rezultāts

bifurkāciju robežām (4. att.).

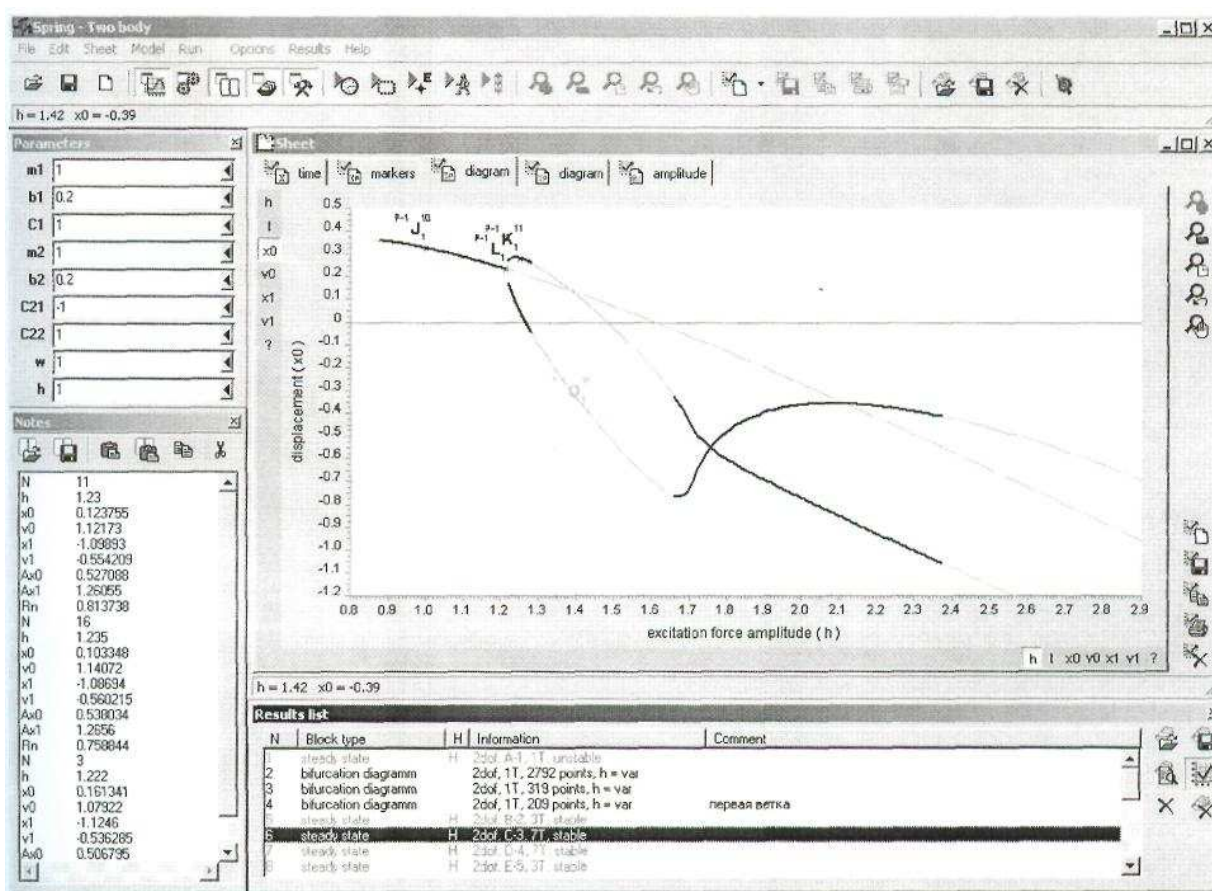
Trešajā daļā tiek prezentēta autora programmas pakete Spring, kurā realizētas metodes un algoritmi, kuri tika aprakstīti iepriekšējā nodaļā. Spring apraksts satur **tā** iekšējās organizācijas paskaidrojumu, pētāmo sistēmu deklarācijas principus, galvenos darba režīmus un lietotāja interfeisu.

Spring paketē paredzēti pieci režīmi dinamisko sistēmu pētīšanai:

- **time histories** - fāžu trajektoriju un diskretas attēlošanas punktu aprēķins un analīze,
- **outline mapping** - kontūra attēlošana un kontūra skenēšana fāžu telpā,
- **steady state** - diskretas attēlošanas nekustīgo punktu meklēšana, kas atbilst stacionāro periodisko svārstību režīmiem,
- **parametric motion and scanning** - bifurkāciju diagrammu konstruēšana ar kustības pa parametru un parametra skenēšanas metodēm,
- **bifurcation boundaries** - bifurkāciju karšu konstruēšana ar kustības pa bifurkāciju robežām metodi (režīms realizēts tikai sistēmām ar vienu brīvības pakāpi).

Programmas interfeiss (5. att.) dod sekojošas iespējas:

- **darbs ar aprēķinu rezultātiem** - sakrāšana, pārskatīšana, rediģēšana, automātiska grafiku konstruēšana, saglabāšana arhīvos, un 1.1,
- **darbs ar grafikiem** - grafiku sakrāšana vienā laukā, pārskatīšanas mēroga izmaiņšana, grafiku lauka ārskata rediģēšana, projekciju izvēle daudzdimensiju grafikiem, drukāšana, saglabāšana standartos grafiskos formātos, eksportēšana citās programmās caur starpliktuvi, un 1.1,
- **darbs ar modeļa aprakstu un parametriem**,
- **darbs ar opcijām** - programmas papildus parametru kopums, kas saistīts ar aprēķinu izpildīšanu, grafiku ārskatu, un 1.1.,
- **sākumu datu definēšana risināmiem uzdevumiem** (uzdevuma definēšana) un



5. att. Programmas SPRING galvenā loga ārskats

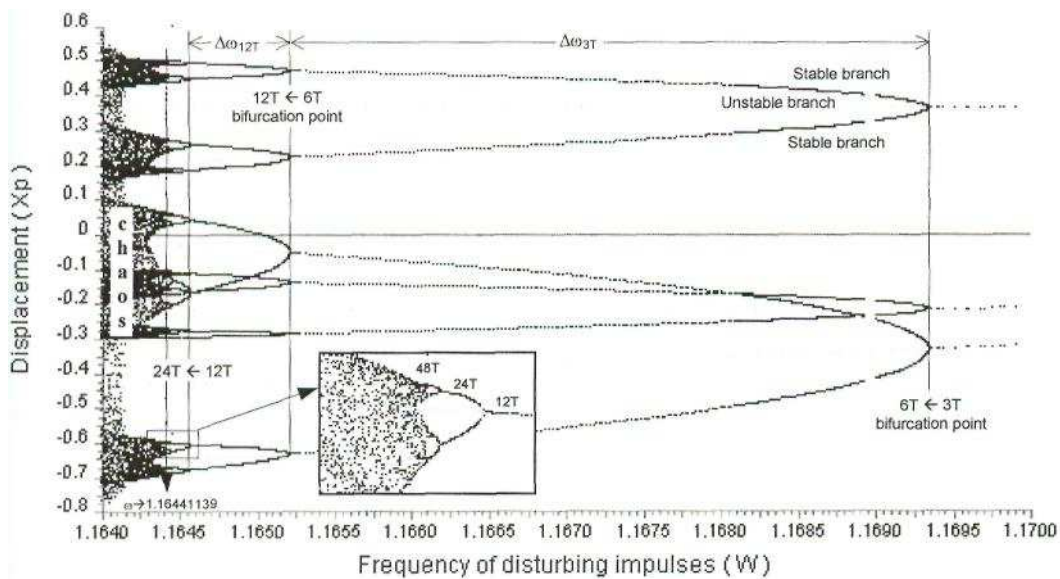
risināšanas procesa interaktīvā kontrole.

Aktuāla paketes Spring versija ļauj modelēt sistēmas ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm, kuras var būt ar nepārtrauktiem un gabalspēkiem, spēkiem ar spraugām un

spriegojumiem, periodiskiem nepārtrauktiem un gabalspēkiem, momentānām iedarbībām (triecieniem) un periodiskiem momentāniem impulsiem. Spring ļauj definēt arī patvaļīgus parastus un kompleksus parametrus, izpildīt diskretizāciju pēc jebkurām fāžu koordinātēm vai periodu, definēt jaunus kustības papildraksturojumus.

Ceturtnā nodaļa veltīta nelineāro dinamisko sistēmu analīzes algoritmu un metožu, kas bija aprakstīti iepriekšējās daļās, izmantošanai. Doti parametriskās analīzes rezultāti četrām dinamiskām sistēmām ar vienu brīvības pakāpi: lineārs vibrotriecienu modelis ar impulsa ierosinājumu, bilineārs vibrotriecienu modelis ar impulsa ierosinājumu, trilineārs modelis ar harmonisku ierosinājumu un lineāru disipāciju un trilineārs modelis ar harmonisku ierosinājumu un kvadrātisku disipāciju. Īpaša uzmanība veltīta bifurkāciju analīzes algoritmu pielietojanas rezultātiem, un it īpaši kustībai pa bifurkāciju diagrammu nestabiliem zariem, tādas nelineārās parādības kā haotiskie un retie atraktori (RA) atrašanai un analīzei.

Kā pirmais piemērs, aprakstīta vibrotriecienu modeļa ar vienu brīvības pakāpi, impulsa ierosinājumu ar simetriskiem periodiskiem impulsiem, lineāru elastīgu spēku un triecienu disipāciju bifurkāciju analīze. Tādam modelim ir precīzi analītiskie risinājumi, kas ļauj būtiski samazināt risināšanas kļūdas un izpildīt precīzākas parametriskās analīzes. Kā pirmais šādas analīzes piemērs, dota perioda divkāršošanas kaskādes, pie pārejas uz haosu, analīze (6.att.) un Feiģenbauma konstantes aprēķināšana.



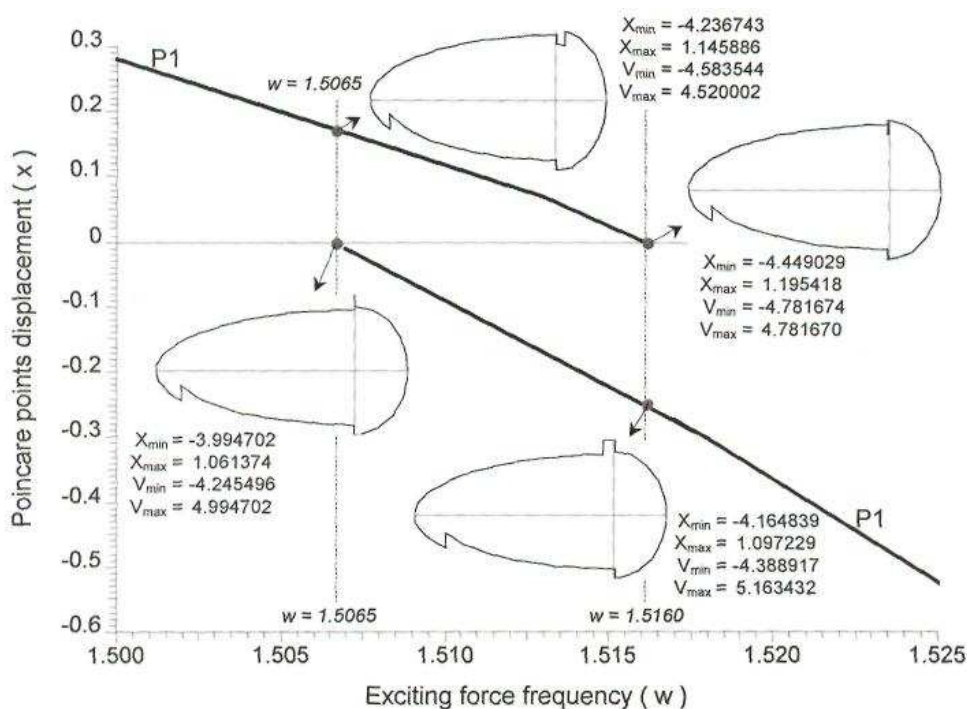
6. att. Bifurkāciju diagramma vibrotriecienu sistēmai ar periodisko impulsu ierosinājumu. Diagramma satur zarus, kuri atbilst bifurkāciju grupas P3 stabiliem periodiskiem režīmiem, un ilustrē pāreju uz haosu caur perioda divkāršošanas kaskādi (Feiģenbauma scenārijs)

Citas sistēmas piemērs, kurai ir precīzi analītiskie risinājumi un pielietojama salāgošanas metode, ir bilineāra sistēma ar trieciendisipāciju elastīga spēka lūzuma pozīcijā

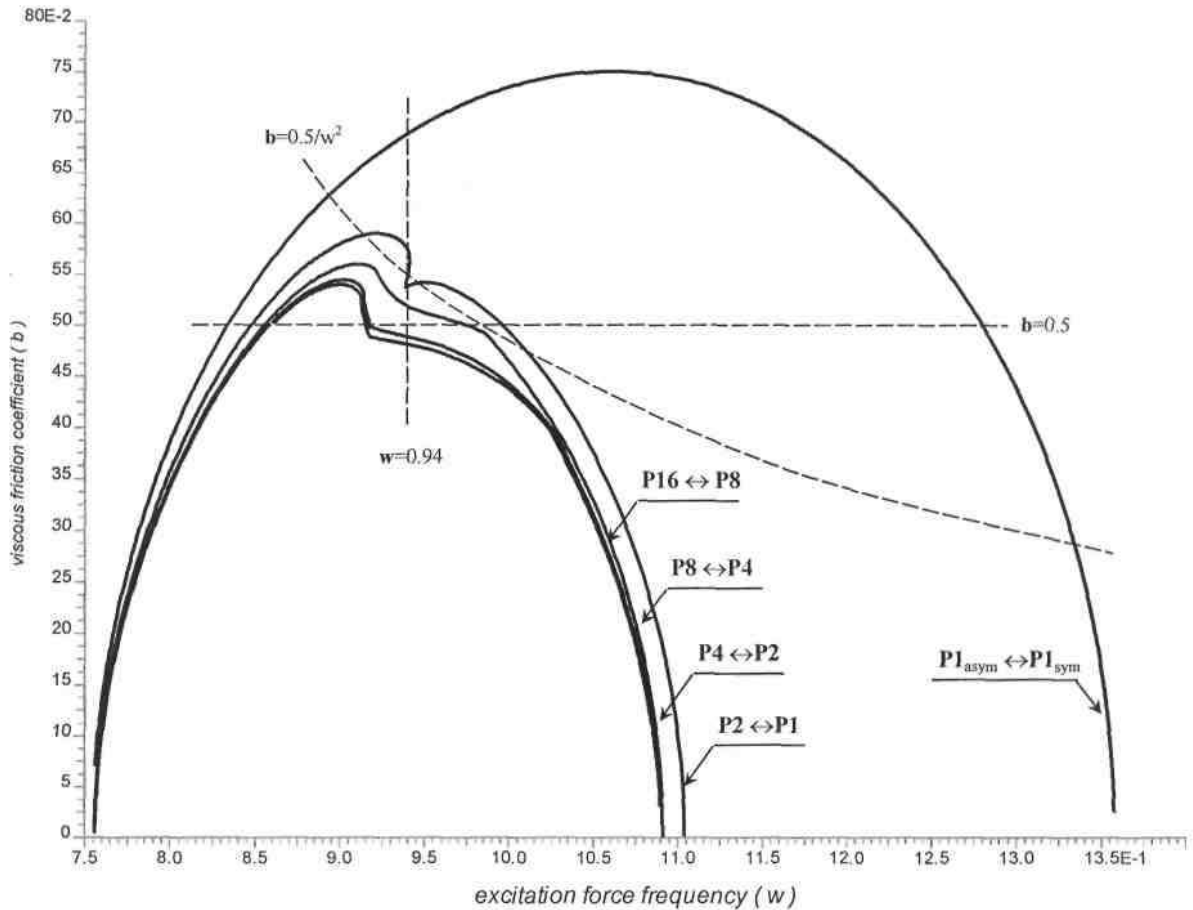
un impulsa ierosinājumu ar periodiskiem simetriskiem impulsiem. Šīs sistēmas bifurkāciju diagrammas arī aprakstītas ceturtajā daļā. Šo diagrammu īpatnības ir lēcienveidīga pāreja uz haosu (grazing) un pārrāvumi bifurkāciju diagrammu zaros (histerēze) (7.att).

Trīslineāru sistēmu ar lineāru disipāciju (viskoza berze) un harmonisku ierosinājumu analīzes piemērā ir apskatīts bifurkāciju kāršu konstruēšanas algoritms ar kustību pa bifurkāciju robežām metodi (8.att). Dotas bifurkāciju diagrammas, kas atbilst bifurkāciju kartes dažādiem šķēļumiem, un tai skaitā, šķēļumiem pēc kompleksā parametra.

Trīslineārās sistēmas ar kvadrātisku disipāciju un harmonisku ierosinājumu bifurkāciju karšu īpatnības ir tās robežu krustošanās esamība. Bifurkāciju diagrammas, kuras iet caur tādu krustpunktu, satur retas sub- un super-kritiskās bifurkācijas (9.att).



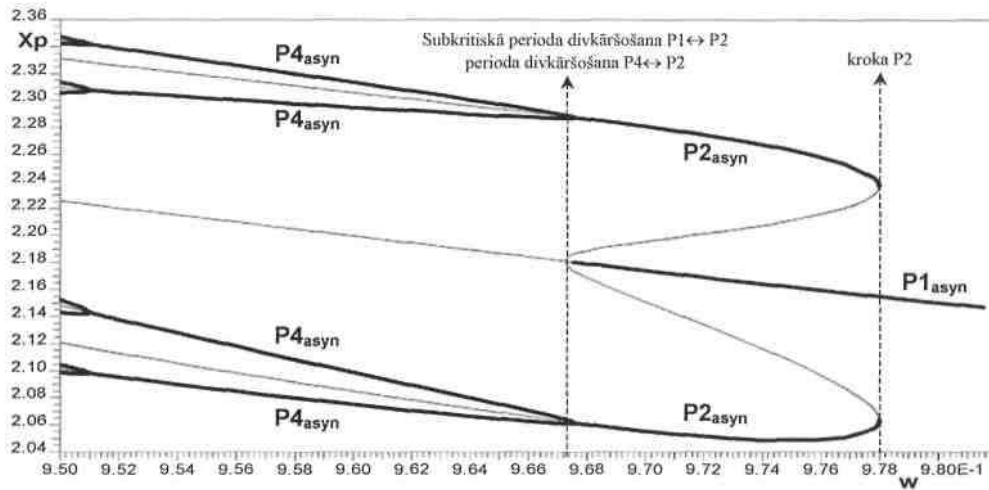
7.att. Bilineāras vibrotrecienu sistēmas ar periodisko impulsa ierosinājumu un trieciendisipāciju elastīga spēka lūzuma pozīcijā bifurkāciju diagrammas fragments. Bifurkāciju diagramma ilustrē histerēzes efektu. Režīma P1 zars ir pārtraukts, kā rezultātā nelielā parametra apgabalā rodas divi neatkarīgi režīmi P1



8. att. Bifurkācijas karte divu parametru plaknē (viskozas berzes koeficients b un ierosmes spēka frekvence w) trīslineārai sistēmai ar harmonisku ierosinājumu. Parādītas bifurkācijas grupas $P1$ stabilitātes robežas: simetriskā pamatrežīma simetrijas zaudēšanas robeža un perioda divkāršošanas robežas $P1 \leftrightarrow P2$, $P2 \leftrightarrow P4$, $P4 \leftrightarrow P8$, $P8 \leftrightarrow P16$

Piektajā nodaļā ir aplūkota sistēma, kura apraksta brīva cieta ķermeņa kustību starp divām sienām horizontālas periodiskas ierosmes gadījumā. Aprakstīto šajā darbā algoritmu un metožu pielietošana deva iespēju konstruēt pilnu bifurkāciju diagrammu un atrast jaunus režīmus un atklāt tādas parādības, kā retie atraktori un grazing.

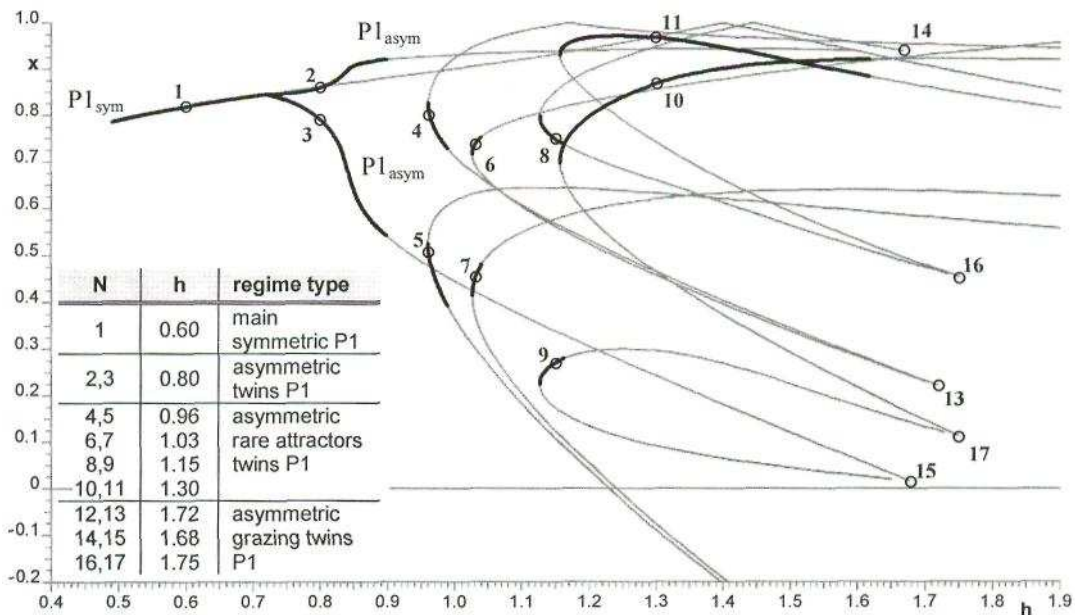
Viena no īpatnības šādas sistēmas bifurkāciju diagrammu konstruēšanā ir grazing tipa bifurkāciju daudzums (10.att.). Šī parādība ir raksturīga vibrotriecienu sistēmu uzvedībai un rodas momentā, kad fāzes portreta cilpas pieskaras triecienu pozīcijai. Tādas pieskares noved pie režīma zaudēšanas un lēcienveidīgas pārejas pie citas (iespējams, neperiodiskas) kustības. Bifurkāciju diagrammā grazing izskatās kā pārrāvums bifurkācijas grupas nepārtrauktā zarā.



9. att. Bifurkācijas grupas P1 bifurkācijas diagramma trilineārai sistēmai ar kvadrātisku dispāciju un harmonisku ierosinājumu. Diagramma skaidro bifurkāciju novietojumu bifurkācijas robežu krustojumā bifurkācijas kartē (8. att.)

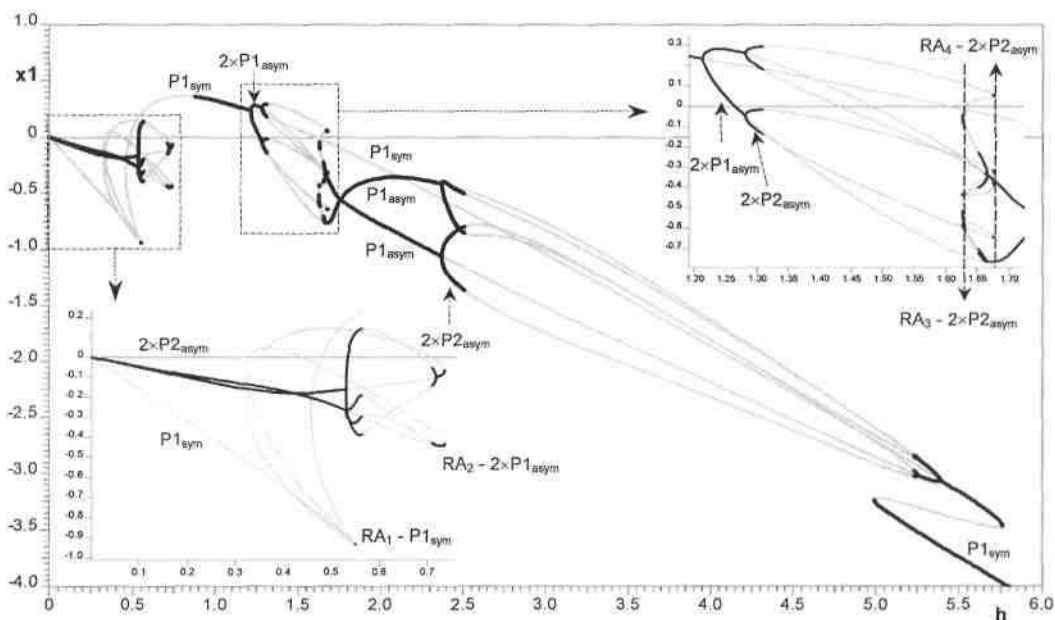
Grazing parādības detalizētākai pētīšanai modelī viena no cietām sienām tika aizvietota ar mīkstu sienu. Mainot sienas stinguma parametru, izdevās parādīt savstarpēju sakarību starp grazing parādību ar reti atraktoriem.

Metodes un algoritmi, kas aprakstīti darbā, stratēģiski ir domāti dinamiskām



10. att. Bifurkācijas diagramma cieta ķermeņa svārstībām ar triecieniem pa ierobežotājiem. Diagramma konstruēta svārstību režīmam P1, mainot parametru h - ierosmes amplitūda. Diagramma satur stabilo (tumšas līnijas) un nestabilo (gaišas līnijas) režīmu zarus un ilustrē reto atraktoru un grazing parādības esamību

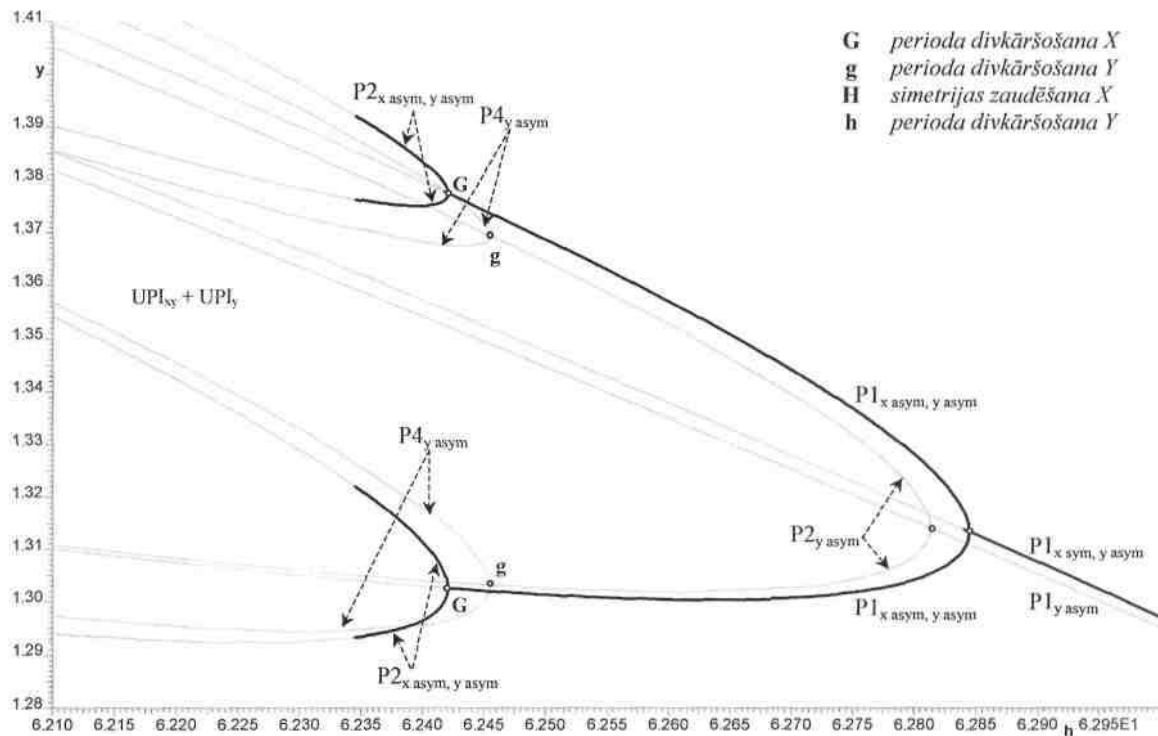
sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm. Tāpēc **sestajā nodaļā** doti parametriskās analīzes rezultāti trim dinamiskām sistēmām ar dažām brīvības pakāpēm: sistēma ar divām brīvības pakāpēm un trim līdzsvara stāvokļiem, sistēma, kura apraksta ķermeņa svārstības divdimensiju elastīgā laukā, un sistēma ar sešām brīvības pakāpēm un eksponenciālu elastīgu sakarību.



11.att. Periodiska režīma P1 bifurkācija grupas bifurkācija diagramma ķēdes sistēmai ar divām brīvības pakāpēm un trim līdzsvara stāvokļiem. Attēlā stabīlie (tumšas līnijas) un nestabīlie (gaišas līnijas) zari, kas atbilst simetriskiem un nesimetriskiem periodiskiem režīmiem P1 un P2

Kā pirmais piemērs, tiek apskatīta nelineārās dinamiskas sistēmas ar divām brīvības pakāpēm un kubisko elastības sakarību (kura definē potenciālas bedres formu ar trim līdzsvara stāvokļiem) bifurkācija analīze. Analīzes rezultāts ir pamatrežīma bifurkācija grupas bifurkācija diagramma (11. att.). Bifurkācija grupa sastāv no standartam bifurkācijām, kas ir raksturīgas sistēmām, kā ar vienu, tā ar vairākām brīvības pakāpēm, tā arī no bifurkācijām, kas ir raksturīgas tikai sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm (piemēram, kroka tipa bifurkācija ar abiem nestabīliem zariem). Sistēmā atklāti dažādi retie atraktori, daļa no kuriem (piemēram RA_1) atbilsti stabilām svārstībām, relatīvi nestabilam līdzsvara stāvoklim.

Otrais piemērs apraksta bifurkācijas analīzes rezultātus sistēmai ar divām brīvības pakāpēm. Modelis atbilst ķermeņa, piekarināta ar divu atsperu palīdzību elastīgā nesimetriskā laukā, svārstībām. Tādas sistēmas bifurkācijas diagrammas īpatnība ir bifurkācijas, kuras noved pie sistēmas uzvedības izmaiņām tikai pa vienu koordināti, (12.att). Piemēram, režīma simetrijas zaudēšana pa X koordināti ar simetrisku fāzes portretu pa Y koordināti.



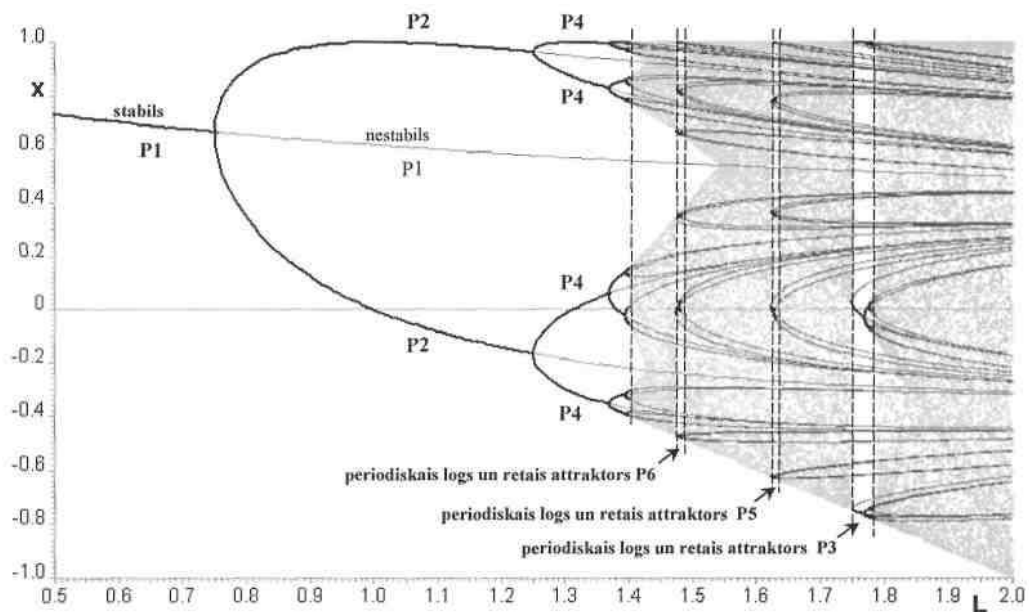
12.att. Periodiska režīma P1 bifurkācijas grupas bifurkācijas diagramma sistēmai, kas apraksta ķermeņa svārstības elastīgā nesimetriskā laukā. Attēlā stabilie (tumšas līnijas) un nestabilie (gaišas līnijas) zari, kas atbilst simetriskiem un nesimetriskiem periodiskiem režīmiem P1 un P2. Diagramma satur zarus, kas atbilst svārstības režīmiem pa vienu koordināti Py un pa abām koordinātēm Pxy. Ilustrēta perioda divkāršošanas bifurkāciju kaskādes pa atsevišķām koordinātēm X un Y eksistēšana

Trešais piemērs veltīts ķēdes nelineārās dinamiskās sistēmas ar sešām brīvības pakāpēm un eksponenciālu elastīgu sakarību (Toda ķēde) bifurkācijas analīzes rezultātiem. Lielāks brīvības pakāpju skaits noved pie Andronova-Hopfa bifurkācijas stiprākas ietekmes uz bifurkācijas diagrammu. Piemēram, uz gandrīz periodisko svārstību fona, kas rodas šīs bifurkācijas dēļ, notika perioda divkāršošanās bifurkācijas, kas pilnīgi sastāv no nestabiliem zariem. Atrastas arī citas nelineāras parādības, piemēram, protuberances un retie atraktori.

Nelineāro dinamisko sistēmu pētīšanas metodes, kas aprakstītas šī darba ietvaros, pamatojas uz nepārtraukto fāžu trajektoriju aizvietošanas ar stroboskopiskas attēlošanas

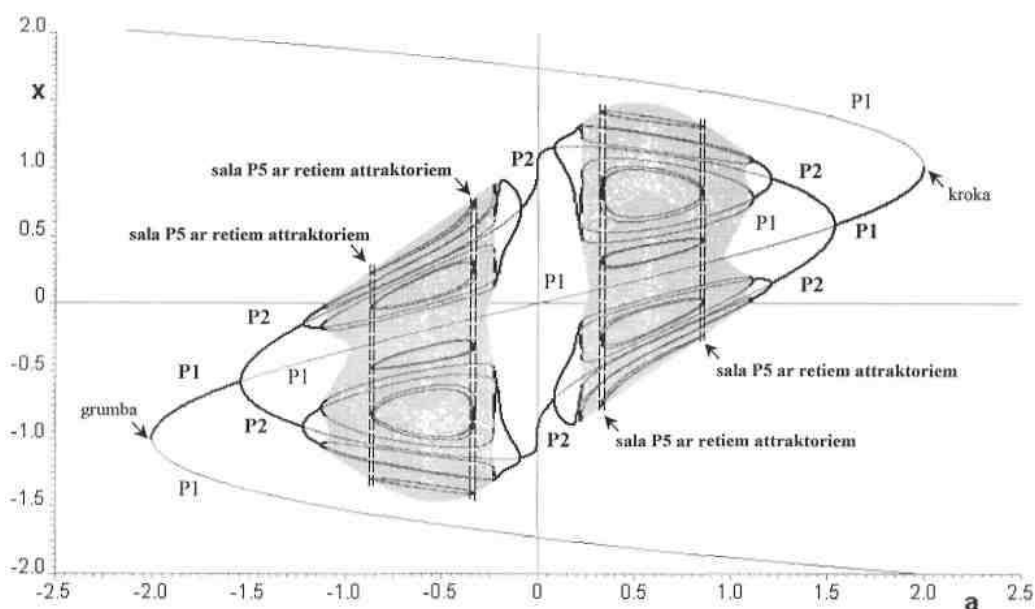
diskrētiem punktiem. Rodas jautājums - vai ir iespējams lietot šo metodi arī sistēmām, kas pēc būtības ir diskrētas un tiek aprakstītas ar, piemēram, loģistiskiem vienādojumiem? Izrādās, ka tas ir ne tikai iespējams, bet arī bifurkācijas diagrammas, kas iegūtas tādās sistēmas analīzē, bieži ir analogiskas nepārtraukto dinamisko sistēmu diagrammām. Kā apstiprinājums tam, darba **septītajā nodaļā** doti divu diskrētu sistēmu bifurkācijas analīžu rezultāti.

Pirmā piemērā aplūkota sistēma, kas aprakstīta ar diskrētu loģistisku vienādojumu - $x_n = 1 - L x_{n-1}^2$. Viens no šādas sistēmas klasiskās bifurkācijas diagrammas trūkumiem ir zaru, kas atbilst nestabiliem risinājumiem, trūkums. Tādi zari satur svarīgu informāciju par bifurkācijas diagrammu struktūru, piemēram, palīdz atrast retus atraktorus. Izstrādātās metodes ļauj konstruēt loģistiska vienādojuma pilnas bifurkācijas diagrammas (13. att.) un pierāda reto atraktoru un periodisko logu sakarību haotiskā apgabalā.



13. att. Loģistiska vienādojuma $x_n = 1 - L x_{n-1}^2$ bifurkācijas diagramma, mainīgais parametrs - koeficients L. Parādīti stabilie (tumšas līnijas) un nestabilie (gaišas līnijas) risinājumi, kas atbilst bifurkācijas grupām P1, P3, P5 un P6 un ar pelēku fonu izcelti apgabali ar haotisko atraktoru

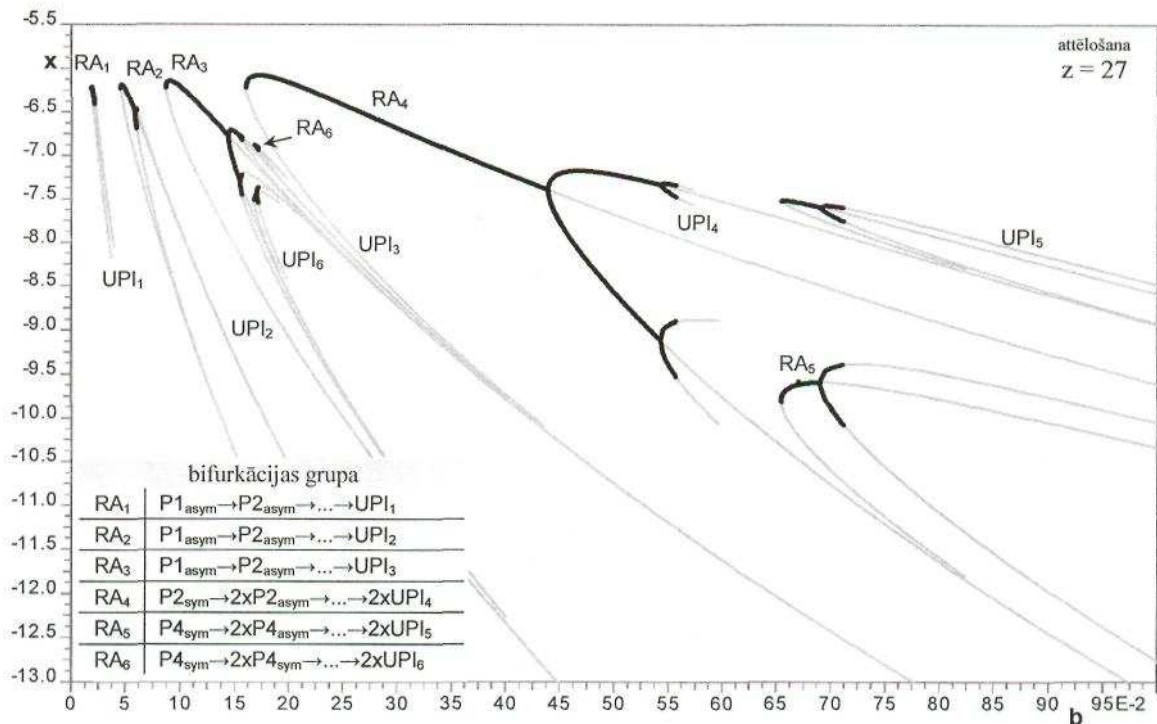
Analoģiski sacienājumi var būt izdarīti pēc trešās kārtas diskrēta vienādojuma $x_n = a - b \cdot x_{n-1} + x_{n-1}^3$ bifurkāciju analīzes rezultātiem. Šā vienādojuma bifurkāciju diagramma (14. att.) arī satur retus atraktorus, UPI un haosu, bet papildus tika atklāti salas tipa režīmi ar retiem atraktoriem.



14. att. Loģistika vienādojuma $X_n = a - b \cdot X_{n-1} + x_{n-1}^2$ bifurkāciju diagramma ($b = 2$ un $a = \text{var}$). Parādīti stabilie (tumšas līnijas) un nestabilie (gaišas līnijas) risinājumi, kas atbilst P1 bifurkāciju grupai, un salas tipa bifurkāciju P5 grupai. Ar pelēku fonu izcelti apgabali ar haotisko atraktoru

Astotajā nodaļā aprakstītās analīzes metodes un algoritmi tiek pielietoti tādi labi izpētītai sistēmai kā Lorenca sistēma, kas aprakstāma ar trim pirmās kārtas diferenciālvienādojumiem. Iegūtie rezultāti apstiprina hipotēzi, ka šajā sistēmā eksistē efekti, kas ir raksturīgi citām nelineārām sistēmām, un, tai skaitā, retie atraktori.

Izmantojot kustības pa parametru metodi, Lorenca sistēmai konstruēta pilna bifurkāciju diagramma (15. att.), acīm redzams pirmoreiz, tika atrasti retie atraktori un ar tiem saistītās bifurkāciju grupas. Ilustrēts, ka reto atraktoru bifurkāciju grupas, arī ka agrāk izpētītās sistēmās (piemēram, diskrētās), var saturēt dažas UPI. Parādīts, ka Lorenca sistēmā, arī tāpat kā citās dinamiskās sistēmās, retie atraktori, UPI un haotiskie atraktori var pastāvēt pie vienas un tās pašas parametru vērtības.



15. att. Lorenca sistēmas bifurkāciju diagramma ar retiem atraktoriem, konstruēta, mainot parametru b . Diagrammā ar tumšu krāsu parādīti stabilie un ar gaišu krāsu - nestabilie risinājumu zari. Diagramma konstruēta šķēlējplaknei $z = 27$ (ja $z > 0$)

Secinājumi

Promocijas darbā iegūti sekojoši jaunie rezultāti nelineāro dinamisko sistēmu svārstību pētījumos:

1. Pilnveidoti un izstrādāti jauni analīzes algoritmi nelineārām dinamiskām sistēmām ar vienu un vairākām brīvības pakāpēm: izstrādāts un aprobēts jauns algoritms pārejas procesa konverģences analīzei, pilnveidota Ņutona-Kantoroviča metode - paātrināta nekustīgo punktu meklēšana sistēmās ar vairākām brīvības pakāpēm, piedāvātas jaunas pieejas bifurkāciju diagrammu konstruēšanai ar kustības pa parametru metodes palīdzību, izstrādāta un aprobēta kustība pa bifurkāciju robežu metode bifurkāciju karšu konstruēšanai.
2. Visi izstrādātie algoritmi tika realizēti programmas paketē SPRING: fāzu trajektoriju analīze; diskrētas attēlošanas punktu analīze; kontūra attēlošana un kontūra skenēšana; diskrētās attēlošanas nekustīgo punktu meklēšana un stabilitātes novērtējums, bifurkāciju diagrammu konstruēšana pēc kustības pēc parametra un parametra skenēšanas metodēm; bifurkāciju kartes konstruēšana dažādās nelineārās dinamiskās sistēmās.

3. Izmantojot izstrādātās analīzes metodes: izpildīts Feigenbauma konstantes aprēķins divkārtīgas divkārtīgas perioda kaskādē vibrotrieciensistēmās; atklātas un paskaidrotas bifurkāciju diagrammu īpatnības vibrotriecienu sistēmās - grazing un bifurkāciju diagrammu zaru pārrāvumi (histerēze); laikam pirmoreiz konstruētas bifurkāciju kartes vibrotriecienu sistēmām un atrastas tādas parādības kā retie atraktori un subkritiskās divkārtīgas bifurkācijas; pirmoreiz konstruēta bifurkāciju diagramma kompleksajam parametram.
4. Iegūti jauni rezultāti sistēmai, kas apraksta stieņa svārstības atomu reaktorā - cieta ķermeņa svārstības ar cietiem triecieniem: konstruēti bifurkāciju diagrammas zari, kas atbilst nestabiliem risinājumiem, un, pateicoties tiem, parādīta reto atraktoru un UPI eksistence.
5. Realizēta izstrādāto metožu pielietošana nelineārām dinamiskām sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm. Laikam pirmoreiz konstruētas bifurkāciju diagrammas, kas satur nestabilus zarus, ķēžu sistēmām ar divām un sešām brīvības pakāpēm un sistēmai, kas apraksta cieta ķermeņa svārstības divdimensiju elastīga laukā. Parādīta reto atraktoru, UPI un protuberances eksistence. Atrastas īpašas bifurkācijas, kas ir raksturīgas tikai sistēmām ar vairākām brīvības pakāpēm.
6. Iegūti jauni rezultāti diskretām sistēmām un sistēmām, kuras var aprakstīt ar pirmās pakāpes diferenciālvienādojumiem (Lorenca veida): laikam pirmoreiz konstruēti bifurkāciju diagrammas zari, kas atbilst nestabiliem risinājumiem, un, pateicoties tiem, parādīta reto atraktoru un UPI eksistence;
7. Izstrādātie būtiski nelineāro sistēmu plašai klasei algoritmi un metodes ļauj veikt šo sistēmu globālo analīzi, mainot tās parametrus un fāžu koordinātes, un atrast jaunus, līdz šim nezināmus, stabilus režīmus, kas ir derīgi teorijai un praktiskiem pielietojumiem.

Publikācijas

Galvenie promocijas darba pētīšanas rezultāti publicēti sekojošās publikācijās:

1. Закржевский М. В., Иванов Ю. М., Фролов В. Ю., Воронцов Л. В., Щукин И. Т., Смирнова Р. С. *Анализ нелинейной динамики и хаоса в виброударных и колебательных системах (Программный комплекс NLO)*. // XI Сипозиум по динамике виброударных систем. Тезисы докладов. -М. -Звенигород, 1995. с.35-37.
2. Zakrzhevsky M., Ivanov Y., Frolov V., Schukin I., Smirnona R. *NLO: Software for Local and Global Analysis of Nonlinear Oscillations*. In Proceeding of the International Symposium "Analysis and Synthesis of Nonlinear Systems in Mechanics", Riga, 1996, pp. 172-179.
3. Закржевский М. В., Иванов Ю. М., Фролов В. Ю., Щукин И. Т., Смирнова Р. С. *Глобальный анализ типовых существенно нелинейных колебательных систем с помощью программы NLO*. Тезисы докладов IV конференции "Нелинейные колебания механических систем". Нижний Новгород, 1996.

4. Закржевский В. М., Щукин И. Т. *Построение бифуркационных диаграмм при анализе виброударных систем на основе точных методов*. Тезисы докладов. - Курск, 1997. с. 53- 57.
5. Закржевский В. М., Иванов Ю. М., Фролов В. Ю., Щукин И. Т., Смирнова Р. С. *Анализ нелинейной вибрационной механики и хаоса*, (программный комплекс NLO). Тезисы докладов. -Курск, 1997. с. 24-27.
6. Zakrzhevsky M., Ivanov Y., Frolov V., Schukin I., Kononova O. *Nonlinear phenomena in piecewise linear oscillatory systems*. In Proceeding of the IUTAM/IFTOMM Symposium on Synthesis of nonlinear dynamical systems, RTU, Riga, 1998, pp. 81-82.
7. Scukins I. *Nelineārā dinamika: jaunais par universāliem raksturojumiem pareja uz haosu*. II pasaules latviešu zinātnieku kongress, Rīga, lpp. 2001, 567.
8. Schukin I.T. *Bifurcation analysis of dynamical system behaviour*. In Proceeding of the International Students' Conference, Riga, 2001, pp. 75-78.
9. Zakrzhevsky M., Smirnova R., Schukin I., Ivanov Yu., Yevstignejev V. *Control of nonlinear oscillatory mechanisms: nonlinear smart vibro-reducer NIVIR*, - In Proceeding of the International XIII Symposium on the Dynamics of Vibroimpact (Strongly Nonlinear) System, Moscow: Russian Academy of Sciences, 2001, pp.168-171.
10. Zakrzhevsky M, Smirnova R., Schukin I., Ivanov Yu., Yevstignejev V. *Global dynamics and bifurcation analysis of the forced oscillations in piecewise linear systems with nonlinear dissipation*, - In Proceeding of the International XIII Symposium on the Dynamics of Vibroimpact (Strongly Nonlinear) System, Moscow: Russian Academy of Sciences, 2001, pp. 163-167.
11. Schukin I. *Particularities of the behavior of the piecewise linear systems with impulse excitation and impact damping*. Scientific proceedings of Riga Technival university - Mechanics, Riga, 2002, pp. 137-141.
12. Zakrzhevsky M., Smirnova R., Schukin I., Yevstignejev V. *Bifurcation analysis of forced oscillations in the trilinear system with nonlinear damping*. Scientific proceedings of Riga Technival university - Mechanics, Riga, 2002, pp. 102-113.
13. Zakrzhevsky M., Yevstignejev V., Smirnova R., Schukin I., Ivanov Y. *Nonlinear dynamics, chaos and control in vibro-impact technology problems*. In Proceeding of the International Summer School "Nonlinear Dynamics, Chaos, Catastrophes and Control", Jūrmala - Riga, 2002, pp. 46-49.
14. Smirnova R., Schukin I., Yevstignejev V., Ivanov Y., Zakrzhevsky M. *Regulat and chaotic driven oscillations with nonlinear dissipation*. In Proceeding of the International Summer School "Nonlinear Dynamics, Chaos, Catastrophes and Control", Jūrmala - Riga, 2002, pp. 39-41.
15. Schukin I., Zakrzhevsky M. *Rare attractors in discrete regular and chaotic dynamics*. In Proceeding of the International Summer School "Nonlinear Dynamics, Chaos, Catastrophes and Control", Jūrmala - Riga, 2002, pp. 36-38.
16. Щукин И. Т. *Развитие методов и алгоритмов моделирования задач нелинейной динамики. Бифуркационный анализ и редкие аттракторы*. // XIV Сипозиум по динамике виброударных (сильно нелинейных) систем. Тезисы докладов. - М. - Звенигород, 2003. с. 148-153.

17. Zakrzhevsky M., Armada M., Yevstignejev V., Smirnova R., Scukin I. Theoretical and experimental researches of using vibro-impact and chaotic regimes for underwater ship cleaning, - In Proceeding of the International XIV Symposium on the Dynamics of vibroimpact(Strongly Nonlinear) System, Moscow - Zvenigorod: Russian Academy of Sciences, 2003, pp. 111-113.
18. Smirnova R., Zakrzhevsky M., Malgin V., Schukin I. *Oscillations of nonlinear dissipation system*, - In Proceeding of the International XIV Symposium on the Dynamics of Vibroimpact (Strongly Nonlinear) System, Moscow - Zvenigorod: Russian Academy of Sciences, 2003, pp. 86-91.
19. A.Līcis, I.Ščukins, *Kapicas svārsta modelēšanas datorprogramma*, 5. studentu zinātniski praktiskā konference, - DF RTU - Daugavpils - 2004, lpp. 185-188
20. M.Viļķelis, I.Ščukins, *Funkciju ekstrēmuma meklēšana algoritms*, 5. studentu zinātniski praktiskā konference, - DF RTU - Daugavpils - 2004, lpp. 189
21. D.Gavrovskis, L.Maslovs, I.Ščukins, *Paplašinātas programmu paketes darbam ar grafiem izstrādāšana*, 5. studentu zinātniski praktiskā konference, - DF RTU - Daugavpils - 2004, lpp. 168-174