

# PROFIT-BASED OPTIMAL SCHEDULING OF POWER PLANT PRODUCTION

## ELEKTROSTACIJAS DARBA REŽĪMA OPTIMIZĀCIJA PĒC PEĻNAS

J.Barkāns, G.Junghāns

*Atslēgvārdi: Elektroenerģijas tirgus, elektrostacija, optimizācija*

### Ievads

Tirgus apstākļos elektroenerģijas ražotāju uzdevums ir gūt iespējami lielāku peļņu. Ražotāji var pārdot enerģiju un arī palīgpakalpojumus (rotējošās un nerotējošās rezerves uzturēšanu) pārvades sistēmas operatora (PSO) organizētajā palīgpakalpojumu tirgū. Maksimālo peļņu var panākt, darbinot ražošanas iekārtas tādā darba režīmā, kas sniedz vislielāko peļņu.

Divi galvenie faktori, kas nosaka elektrostacijas darba režīmu, ir šādi:

1. PSO uzliktie elektrostacijas darba režīma ierobežojumi. Tie pamatā saistīti ar energoapgādes drošuma uzturēšanu visās energosistēmas vietās. PSO ierobežojumi var būt ģenerācijas rezervju uzturēšanas minimālā un maksimālā robeža, bet iespējami arī cita veida ierobežojumi, piemēram, emisiju vai kurināmā ierobežojumi;
2. tirgus cenu signāli, tajā skaitā kurināmā cena, elektroenerģijas tirgus cena, palīgpakalpojumu cena, CO<sub>2</sub> emisiju kvotu cena u.c., nosaka, vai ražošanas iekārtai (kas nav izmantota ar PSO rīkojumu) ir izdevīgi būt ieslēgtai/izslēgtai un ar kādu noslodzi ražošanas iekārtu izdevīgi darbināt.

Šajā rakstā tiek formulēts uzdevums elektrostacijas darba optimizēšanai pēc peļņas un ir aprakstīta tā atrisināšanas metodika.

### Optimizācijas uzdevuma formulējums

Ražošanas optimizēšanas uzdevums ir peļņas maksimizēšana, ņemot vērā visus ierobežojumus.

Pieņemsim divus iespējamus ražošanas vienības (bloka) darba režīmus.

1) **Ģenerācijas režīms.** Ražošanas vienība ražo elektroenerģiju ar daļēju vai pilnu jaudu. Daļējas ražošanas jaudas noslodzes gadījumā neizmantotā jauda tiek izmantota rotējošās rezerves nodrošināšanai. Šādam režīmam peļņu noteiktam laika periodam (sagaidāmā stunda, diena, mēnesis u.c.) var formulēt šādi:

$$F_P = \rho_g(P - P_0) + \rho_r R - C_P - C_R - S + f(P_0) \quad (1)$$

2) **Nerotējošās rezerves uzturēšanas režīms.** Ražošanas vienība ir atslēgtā stāvoklī, bet ir darba gatavībā, t.i., gatava uzsākt darbu noteiktā laikā, un visa ražošanas jauda var tikt izmantota nerotējošās rezerves uzturēšanai. Nedarbinātai ražošanas vienībai peļņu noteiktā laikā var formulēt šādi:

$$F_N = \rho_n N - C_N - \rho_g P_0 + f(P_0) \quad (2)$$

$P$  – elektroenerģijas ģenerācija, MWh;

$R$  - uzturētā rotējošā rezerve, MW;  
 $N$  - uzturētā nerotējošā rezerve, MW;  
 $P_0$  – enerģijas apjoms, kas iepriekš pārdots ar divpusēji noslēgtiem līgumiem, MWh;  
 $\rho_g$  – prognozētā elektroenerģijas tirgus cena apskatāmajā laika periodā, €/MWh;  
 $\rho_r$  – prognozētā tirgus cena par rotējošās rezerves uzturēšanu apskatāmajā laika periodā, €/MW;  
 $\rho_n$  – prognozētā cena par nerotējošās rezerves uzturēšanu apskatāmajā laika periodā, €/MW;  
 $C_p$  - ražošanas vienības elektroenerģijas ražošanas izdevumi, €;  
 $C_R$  - ražošanas vienības rotējošās rezerves uzturēšanas izdevumi, €;  
 $C_N$  - ražošanas vienības nerotējošās rezerves uzturēšanas izdevumi, €;  
 $S$  - ražošanas vienības palaišanas izmaksas, €;  
 $f(P_0)$  - ienākumi no pārdotās enerģijas, balstoties uz divpusējiem līgumiem, €.

Vienādojumā (1) ražošanas vienības peļņa tiek noteikta kā ienākumi no saražotās elektroenerģijas un palīgpakalpojumu (rotējošās rezerves uzturēšanas) pārdošanas, atņemot ražošanas izmaksas un ražošanas vienības palaišanas izmaksas. Peļņā ietilpst arī ienākumi no divpusējiem līgumiem, kurus pieņem kā konstantus.

Vienādojums (2) atbilst peļņai, kad ražošanas vienība neražo elektroenerģiju, bet tikai uztur nerotējošo rezervi. Šeit peļņa tiek iegūta no nerotējošās rezerves uzturēšanas palaišanas gatavībā, atņemot uzturēšanas izmaksas un enerģijas pirkšanas izmaksas noslēgtā divpusējā pārdošanas līguma saistību izpildei. Peļņā ietilpst arī ienākumi no divpusējiem līgumiem.

Pie rotējošās rezerves  $R$  pieskaita darbinātās nepilnīgi noslogotās ražošanas jaudas un stāvošos hidroģeneratorus, kurus var palaist 2-3 minūtēs. Uz auksto rezervi  $N$  var attiecināt divas iekārtu grupas: 1) 10-15 minūtēs no atslēgta stāvokļa palaižamas iekārtas, piemēram, gāzes turbīnas, 2) iekārtas, ko var palaist dažu stundu laikā.

Risinot optimizācijas uzdevumu, ir svarīgi zināt iespējami precīzu produkcijas tirgus cenu prognozi, jo no optimizācijas izejas datu kvalitātes atkarīga optimizācijas rezultāta pareizība. Elektroenerģijas tirgus cenas prognozēšanas iespējas aprakstītas [7].

Īpatnējie izdevumi ģenerācijai ietver pastāvīgos izdevumus, tajā skaitā izdevumus tukšgaitas nodrošināšanai un kurināmā izdevumus pie elektrostacijas noslodzes, kurus nosaka kurināmā tirgus cenas un iekārtas ekonomiskās īpašības. Iekārtas raksturlīknes ir nelineāras, ko var aptuveni raksturot ar kvadrātisku polinomu (1.attēls):

$$C_p = a + bP + cP^2 \quad (3)$$

Rotējošās un nerotējošās rezerves uzturēšanas kopējie izdevumi parasti ir konstanti un nav atkarīgi no uzturamās rezerves apjoma.

Ražošanas vienības jauda, kas netiek izmantota elektroenerģijas ražošanai  $P$ , tiek pārdota kā rotējošā rezerve  $R$ . Šeit jāņem vērā, ka  $P$  un  $R$  optimālās vērtības nevar noteikt savstarpēji neatkarīgi, jo starp tām ir šāda sakarība:

$$R = P^{maks} - P \quad (4)$$

Ievērojot (4), darbinātas ražošanas vienības peļņas funkciju (1) var pārrakstīt šādi:

$$F_p = \rho_g(P - P_0) + \rho_r(P^{maks} - P) - C_p - C_R - S + f(P_0) \quad (5)$$

Ražošanas vienības darbība ir rentabla, ja apskatāmajā laika periodā ienākumi pārsniedz izdevumus.

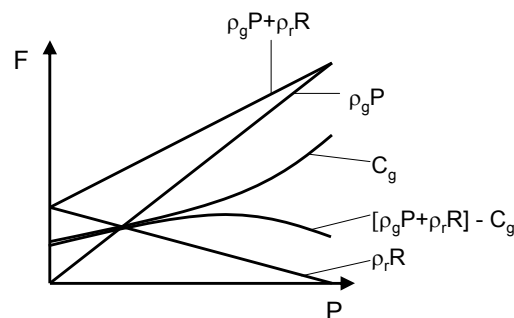
Ģenerācijas režīmā

$$\rho_g(P - P_0) + \rho_r R + f(P_0) > C_P + C_R + S \quad (6)$$

Nerotējošās rezerves uzturēšanas režīmā

$$\rho_n N + f(P_0) > \rho_g P_0 + C_N \quad (7)$$

Sakarības starp ražošanas vienības ienākumiem, izdevumiem un peļņu, pieņemot, ka  $S = f(P_0) = 0$ , attēlotas 1.attēlā.



1.attēls. Optimizējamās funkcijas komponentes

Optimizācijas uzdevums tiek formulēts šādi:

$$\text{maksimizēt } F, \quad (8)$$

ievērojot ražošanas vienībām uzliktos ierobežojumus.

Mērķis ir atrast optimālas P, R un N vērtības, kas ir savstarpēji saistītas.

Risinot optimizācijas uzdevumu, jāņem vērā, ka parasti  $\rho_g \gg \rho_r > \rho_n$ .

## Ierobežojumi

Ražotājiem var būt noteiktas speciālas prasības un tehniski ierobežojumi, kas jāņem vērā optimizācijas laikā. Piemēram, ražotājam var būt minimālās un maksimālās ģenerācijas ierobežojumi. Sistēmas drošuma prasību dēļ Tīkla Kodekss var ražotājiem noteikt obligāti ievērojamu zemāko un augstāko rotējošās un nerotējošās rezerves bezmaksas uzturēšanas apjomu.

$$P^{\min} \leq P \leq P^{\max}, \quad (9)$$

$$R^{\min} \leq R \leq R^{\max}, \quad (10)$$

$$N^{\min} \leq N \leq N^{\max}, \quad (11)$$

Uzturamās rezerves apjoms un līdz ar to ierobežojumi mainās atkarībā no kopējā patēriņa enerģosistēmas reģionā.

## Optimizācijas uzdevuma atrisinājums

Optimizācijas uzdevuma atrisināšanai tiek izmantota Lagranža funkcija ar Lagranža reizinātājiem, kas ļauj ņemt vērā ierobežojumus. Ierobežojumi tiek ņemti vērā, atbilstoši koriģējot Lagranža reizinātājus.

Tā kā Lagranža funkciju izmanto ierobežojumiem, tas saistīta ar funkcijas minimizāciju. Sākotnējais peļņas maksimizēšanas uzdevums (8) ir ekvivalents apgrieztas mērķa funkcijas minimizēšanas uzdevumam, tāpēc uzdevumu var formulēt šādi:

$$\text{minimizēt}(-F) \quad (12)$$

Izmantojot Lagranža reizinātājus, lai ņemtu vērā ierobežojumus un (4), ražošanas vienības ģenerācijas režīma mērķa uzdevumu plānošanas periodam formulē šādi:

$$\text{minimizēt } \Phi = -\rho_g(P - P_0) - \rho_r(P^{maks} - P) + C_p + C_R + S - f(P_0) + \lambda_p P \quad (13),$$

kur

$\lambda_p$  - Lagranža reizinātājs P ierobežojumu ievērošanai.

Atvasina Lagranža funkciju (13) pēc P, pielīdzina nullei un atrod optimālās parametru vērtības:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial P} = -\rho_g + \rho_r + \lambda_g + b + 2cP = 0 \quad (14)$$

Tad

$$P_{opt} = \frac{\rho_g - \rho_r - \lambda_g - b}{2c} \quad (15)$$

un

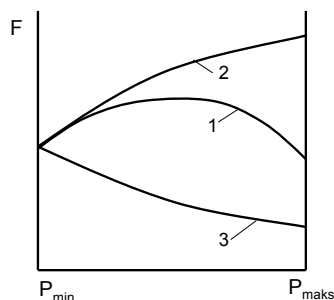
$$R_{opt} = P^{maks} - P_{opt} \quad (16)$$

pie noteikuma  $P^{\min} \leq P \leq P^{\max}$ .

Risinājumiem var būt šādi rezultāti:

$$\frac{\partial L}{\partial P} \begin{cases} = 0, \text{ ja } P_{\min} < P < P_{maks} \\ > 0, \text{ ja } P = P_{\min} \\ < 0, \text{ ja } P = P_{maks} \end{cases} \quad (17)$$

Ražošanas vienības peļņas raksturs pieļaujamās ģenerācijas robežās parādīts 2.attēlā. Līknes 1.gadījumā maksimālā peļņa atbilst peļņas funkcijas ekstremālajai vērtībai. Līknes 2. un 3.gadījumā maksimālā peļņa būs pie ģenerācijas jaudas maksimālās vai minimālās vērtības.



2.attēls. Optimizējamās funkcijas iespējamie veidi ierobežojumu ietvaros

### Lagranža reizinātāja koriģēšana

Risināšanas gaitā sākumā Lagranža koeficients tiek pieņemts  $\lambda_p = 0$ .

Pēc tam, kad ir atrasts ražošanas vienības  $P_{opt}$ , jāpārbauda, vai tā vērtība iekļaujas ierobežojumā (9):

$$P^{\min} \leq P_{opt} \leq P^{\max}, \quad (18)$$

Ja ierobežojums (18) netiek izpildīts, tad  $\lambda_p$  iteratīvi maina, kamēr tiek izpildīts noteikums (18). Šeit jāņem vērā, ka, ievērojot (4), ar  $\lambda_p$  tiek ievērots gan P, gan R ierobežojums un R nav nepieciešams atsevišķs Lagranža reizinātājs.

Interesanti, ka vienādojumā (13)  $\lambda_p$  darbojas kā enerģijas tirgus cenas signāls. No (15) izriet, ka P ir proporcionāls  $(\rho_g - \rho_r) - \lambda_g$  un lielāks  $\lambda_p$  atbilst mazākam P.

Ņemot vērā augstāk minēto, Lagranža reizinātāju koriģēšana notiek šādi:

ja  $P_{opt} > P^{\max}$ , tad  $\lambda_p = \lambda_p + \Delta\lambda_p$ ;

ja  $P_{opt} < P^{\min}$ , tad  $\lambda_p = \lambda_p - \Delta\lambda_p$ .

Gadījumos, kad jānosaka optimālā kopdarbība un vienādojumu sistēmā ietilpst vienādi  $\lambda$ , tas kļūst par pamatu vienādojumu savstarpējai salīdzināšanai.

Jaudas sadalīšanu starp darbā esošajām elektrostacijas ģenerējošām vienībām realizē, izmantojot nullei pielīdzinātus Lagranža funkcijas atvasinājumus:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_{g1}}{\partial P_{g1}} &= -\lambda; \dots \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial F_{gn}}{\partial P_{gn}} &= -\lambda. \end{aligned} \quad (19)$$

Rezultātā optimālais jaudas sadalījums tiek realizēts pie šāda noteikuma:

$$\frac{\partial F_{g1}}{\partial P_{g1}} = \frac{\partial F_{g2}}{\partial P_{g2}} = \dots = \frac{\partial F_{gn}}{\partial P_{gn}} = idem \quad (20)$$

Lagranža funkciju izmanto arī, piemēram, diennakts izstrādes ierobežojumiem hidroelektrostacijās saskaņā ar ūdens caurplūdi vai arī diennakts emisiju kontrolei. Piemēram, emisiju ierobežojumus stundām  $t$  un ražošanas vienībām  $i$  Lagranža funkcijā var ņemt vērā šādi:

$$\Phi = -\sum_t \sum_i F_p(i,t) + \sum_t \lambda_g(i,t) \sum_i P(i,t) + \sum_t \lambda_r(i,t) \sum_i R(i,t) + \lambda_e(i,t) \sum_t \sum_i C_{ei}(i,t) \quad (21),$$

kur  $C_{ei}(i,t)$  - emisiju apjoms stundā  $t$  ražošanas vienībai  $i$ , kas ir proporcionāls sadedzinātajam kurināmā daudzumam un kas tiek izteikts kvadrātiska polinoma veidā.

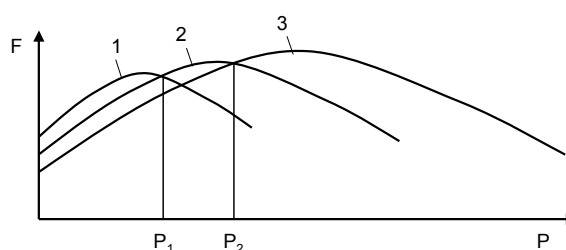
### Darbā esošu iekārtu kompleksa optimāla darba režīma izvēle

Lēmuma pieņemšanai par darbā esošu iekārtu kompleksa optimāla darba režīma izvēli jāsalīdzina iekārtu kombināciju izmantošanas ekonomiskie rādītāji. Tos nosaka uz ražošanas vienību kompleksu ekvivalento ekonomisko raksturlīkņu pamata  $F = (P)$  koordinātēs. Peļņas funkcijas stundām  $t$  un ražošanas vienībām  $i$  pieraksta šādi:

$$F_p = \sum_i \sum_t \left\{ \rho_g(t)[P(i,t) - P_0(i,t)] + \rho_r(t)R(i,t) - C_p(i,t) - C_R(i,t) - S(i,t) + f_i(P_0(i,t)) \right\} \quad (22)$$

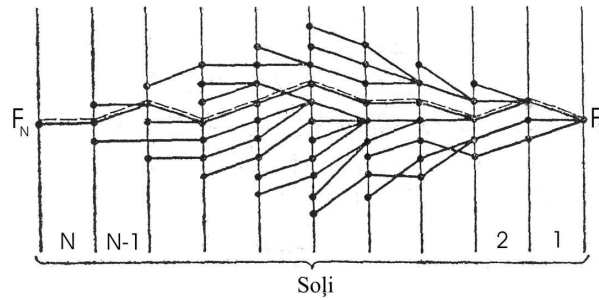
$$F_N = \sum_i \sum_t \left\{ \rho_n(t)N(i,t) - C_N(i,t) - \rho_g(t)P_0(i,t) + f_i(P_0(i,t)) \right\} \quad (23)$$

Apskatot situāciju vienveidīgām vienībām, vispirms veido pirmo līkņu saimi dažādām vienas vienības cenām (3.attēls). Tad to atkārtο divām, trim utt. vienībām. Rezultātā raksturlīkņu krustpunkti apzīmē jaudas, pie kurām jāizskata vienību skaita izmaiņas iespēja.



3.attēls. Elektrostacijas ekvivalentā ekonomiskā raksturlīkne pie 1, 2 vai 3 darbinātiem vienāda tipa ražošanas blokiem

Ja ģenerācijas vienības nav vienveidīgas, jāsalīdzina lielāks kombināciju skaits un aprēķinu apjoma samazināšanai ir iespējams izmantot dinamisko programmēšanu, variējot attiecīgos aprēķina posmos jaudu un vienību skaitu. Analīzi sāk maksimālai jaudai un ražošanas vienību skaitam, to turpinot mazākām jaudām un mazākam ražošanas vienību skaitam. Tad 2 – 3 posmiem nosaka vidējo ienākumu apjomu, saglabājot turpmākajai analīzei labākos variantus. Aprēķina gaitas raksturs redzams 4.attēlā.



4.attēls. Dinamiskās programmēšanas raksturs

Elektrostacijas ražošanas vienību kompleksam jāievēro noteiktie ierobežojumi katrā stundā:

$$P^{\min}(t) \leq \sum_i P(i,t) \leq P^{\max}(t), \quad (24)$$

$$R^{\min}(t) \leq \sum_i R(i,t) \leq R^{\max}(t), \quad (25)$$

$$N^{\min}(t) \leq \sum_i N(i,t) \leq N^{\max}(t), \quad (26)$$

### Secinājumi

1. Ražotāju ražošanas vienību darba režīmu, kas aptver enerģijas izstrādi, rotējošās un nerotējošās rezerves uzturēšanu, lietderīgi optimizēt pēc peļņas. Precīziem rezultātiem nepieciešamas precīzas produktu tirgus cenu prognozes.
2. Optimizācijai pēc peļņas var pakļaut to elektrostacijas jaudu, kas nav administratīvi ierobežota/noslogota pēc pārvades sistēmas operatora norādījumiem energosistēmas vadīšanas nolūkā.
3. Optimizācijas procesā, lai ņemtu vērā elektrostacijas darba režīma ierobežojumus, var izmantot Lagranža funkciju.
4. Elektrostacijām optimāla ražošanas vienību kompleksa darba režīma noteikšanai lietderīgi sastādīt ekvivalentās ekonomiskās raksturlīknes, kas tālāk tiek optimizētas.

### Literatūra

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Изд. Физико-математической литературы, 1958. с. 463.
2. Мжельский Б.И., Мжельская Е.Б. Основы теории оптимизации М.: Изд. МЭИ, 2001. с.78.
3. Вентцель Е.С. Исследование операций. М.: Изд. «Советское радио» 1972. с.550.
4. Оптимизация режимов энергетических систем. Под ред. В.М. Синькова. Киев. Издательство «Вища школа», 1976. с.307.
5. Shahidehpour M., Yamin H, Li Z. Market Operations in Electric Power Systems. New York, IEEE, Wiley-Interscience, 2006. p.531

6. Stoff S. Power System Economics. Designing Markets for Electricity. John Wiley & Sons. 2002. p.340.
7. „Latvian Journal of Physics and Technical Sciences”, Institute of Physical Energetics, 1, 2007. 70 p.

**Jēkabs Barkāns**, Prof. Assistant, Dr. Sc. Ing.  
Riga Technical University, Faculty of Power and electrical Engineering  
Address: Kronvalda boulevard 1, LV1050, Riga, Latvia  
Phone: 371+7270390

**Gatis Junghāns**, Mag. Sc. ing.  
Head of Trade Development Division  
Latvenergo, Electricity Trade Department  
Address: Pulkveza Brieza str. 12, LV-1230, Riga, Latvia  
Phone: 371+29353413, Fax: 371+7728433  
e-mail: [gatis.junghans@latvenergo.lv](mailto:gatis.junghans@latvenergo.lv)

***Barkāns J., Junghāns G. Elektrostacijas darba režīma optimizācija pēc peļņas.***

*Brīvā tirgus apstākļos ražotāju galvenais uzdevums ir gūt iespējami lielu peļņu. Ražotāja peļņa ir atkarīga no optimāla elektrostacijas darba režīma izvēles. Ražotāji var ražot un pārdot enerģiju un arī palīgpakalpojumus (rotējošās un nerotējošās rezerves uzturēšanu) pārvades sistēmas operatora organizētā palīgpakalpojumu tirgū. Elektrostacijas darba režīma izvēlē var būt ierobežojumi, kas saistīti ar pārvades sistēmas operatora prasībām pret elektrostacijas darba režīmu, kā arī cita veida ierobežojumi, tādi kā kurināmā patēriņa vai emisiju ierobežojumi. Tikai to elektrostacijas jaudu, kuras darba režīms nav noteikts ar ierobežojumiem, ir iespējams brīvi variēt un pakļaut optimizācijai pēc peļņas. Lai optimizācijas procesā ievērotu ierobežojumus, var tikt pielietoti Lagranža reizinātāji. Optimizācija ir balstīta uz elektroenerģijas un rezervju uzturēšanas tirgus cenu prognozi sagaidāmajā plānošanas periodā. Lēmuma pieņemšanai par darbā esošu iekārtu kompleksa optimāla darba režīma izvēli jāsalīdzina dažādu iekārtu kombināciju ekvivalentās ekonomiskās raksturlielnes. Darbā tiek formulēts elektrostacijas darba optimizēšanas uzdevums un ir sniegta tā atrisināšanas metodika.*

***Barkāns J., Junghāns G., Profit-based optimal scheduling of power plant production.***

*Under the conditions of liberalized electricity market the main target of electricity producers is to earn the maximum possible profit. This profit depends on the choice of optimal working schedule for power plants. Producers can sell electricity on the market as well as optional services (e.g. maintenance of spinning and cold reserves) in the respective markets organized by the transmission system operator. Such a choice can be subject to constraints placed by the operator on the working schedule of a power plant dictated by reliability requirements as well as to constraints on emissions and fuel consumption. Therefore the profit-based optimization can be done only for generating capacities free of such constraints. To relax the constraints, in the optimization procedure Lagrangian multipliers can be used. The optimization results will depend on the accuracy of market price forecasts for the planning period. For decision making as to the choice of optimal working schedule for a power plant, comparison of equivalent economic characteristics for different combinations of generation units has to be made. In the work, the problem of price-based optimization of power plant schedules is formulated, and methods for its solution are proposed.*

***Барканс Я., Юнгранс Г., Оптимизация рабочего режима электростанции по прибыли.***

*В обстоятельствах свободного рынка главная задача производителей получить по возможности большую прибыль. Прибыль производителей зависит от выбора оптимального режима электростанций. Производители могут производить и продавать энергию, а также вспомогательные услуги (содержание резервов), на организованном оператором системы снабжения энергии рынке допущен. В выборе рабочего режима электростанции могут быть ограничения, которые связаны с требованиями оператора к рабочему режиму электростанции, а также ограничения другого вида, такие как ограничения на потребление топлива или эмиссии. Только мощности тех электростанций, чьи режимы работы не определяются ограничениями могу свободно варьировать и подчинять оптимизации по прибыли. Чтобы взять во внимание ограничения в оптимизационном процессе, можно использовать множитель Лагранжа. Оптимизация основана на прогноз рыночной цены на электроэнергию и резервы в ожидаемый планируемый период. Для принятия решения о выборе оптимального режима работы работающего оборудования надо сравнить эквивалентные экономические характеристики различных комбинаций оборудования. В работе сформулирована оптимизационная задача и дана методика её решения.*