

**РИЖСКИЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

Факультет транспорта и машиноведения

Авиационный институт

**Андрей КУЗНЕЦОВ**

Докторант докторской программы «Авиационный транспорт»  
(номер докт. карты 013RMD002)

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ  
БЕЗОПАСНОСТИ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ**

**Автореферат докторской работы**

Научный руководитель  
Dr. habil. sc. ing., профессор  
Ю. М. ПАРАМОНОВ

**Рига 2006**

UDK 629.735.017.1.02:519.2

Кузнецов А. Обеспечение и оптимизация безопасности сложных систем. Автореферат докторской работы. – Р.: РТУ, 2006. – 19 стр.

ISBN

## **ПРОМОЦИОННАЯ РАБОТА ВЫДВИНУТА НА ПОЛУЧЕНИЕ СТЕПЕНИ ДОКТОРА ИНЖЕНЕРНЫХ НАУК РИЖСКОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**

Промоционная работа на получение степени доктора инженерных наук публично защищается «29» августа .2006 года на факультете транспорта и машиноведения Рижского Технического университета по адресу: улица Ломоносова 1, в аудитории Б-407.

### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Профессор Авиационного института,  
Хабилитированный доктор инженерных наук Виталий Павелко

Профессор института транспортных технологий,  
Хабилитированный доктор инженерных наук Юрий Мартынов

Исполнительный директор рижского научно-экспериментального центра  
„Aviatest LNK”, доктор инженерных наук Александр Сорокин

### ПОДТВЕРЖДЕНИЕ

Я подтверждаю, что я разработал данную промоционную работу, которая предъявлена на рассмотрение в Рижский Технический университет на получение степени доктора инженерных наук. Промоционная работа не предъявлена ни в каком другом университете на получение научной степени.

Андрей Кузнецов .....

Дата: .....

Диссертация написана на английском языке, содержит 4 раздела, заключение, список литературы, 7 приложений, 86 иллюстраций, всего 191 страницу; список литературы содержит 38 названий.

## 1. Актуальность работы

Усталостные повреждения являются одним из основных факторов, влияющих на надёжность авиационных конструкций, а последствия проявления накапливающихся усталостных повреждений составляют существенную долю отказов и разрушений самолётов, независимо от их типа и назначения. Существующие методы предотвращения негативных последствий данного вида повреждений базируются на двух основных принципах: ограничение длительности эксплуатации авиационной конструкции назначенным ресурсом, основанным на результатах усталостных испытаний, и проведение во время эксплуатации тех или иных программ осмотров с целью обнаружения усталостных трещин до того, как остаточная прочность конструкции опустится ниже некоторого минимально допустимого уровня. Созданию методики назначения программ осмотров и исследованиям возможностей корректировки данных программ непосредственно во время эксплуатации и посвящена настоящая работа.

## 2. Цель работы

Целью настоящих исследований является:

- построение математической модели процесса разработки и реализации программы осмотров подверженных усталости силовых элементов конструкции планера самолёта, оценки ее эффективности и методов ее оптимизации для случая, когда исходной информацией является ограниченное число наблюдений траекторий роста усталостных трещин при проведении предварительных (стендовых) испытаний;
- разработка соответствующего программного обеспечения для реализации модели и исследование возможностей ее практического применения.

## 3. Метод исследований

Теоретические методы:

- теория вероятностей и теория цепей Маркова;
- математическая статистика;
- математическое моделирование.

Экспериментальные методы:

- механические испытания на усталостную долговечность;
- проведение периодических наблюдений и использование данных эксплуатации для корректировки программы осмотров;
- математическое моделирование с применением современных пакетов математических программ.

## 4. Научная новизна

4.1. Предложена методика разработки программы осмотров парка самолётов по данным малого числа предварительных (стендовых) наблюдений траектории роста усталостных трещин, характеризующаяся следующими особенностями:

- рост усталостной трещины аппроксимируется экспоненциальной моделью (модель Пэриса для показателя степени равного двум) с двумя случайными параметрами – эквивалентным начальным размером трещины и скоростью роста трещины (в логарифмической шкале); в модели учтена корреляция оценок этих параметров;
- для выбора программы осмотров парка самолетов в эксплуатации по данным о росте трещин в процессе натурных усталостных испытаний использована минимаксная статистическая решающая функция, гарантирующая заданное ограничение

ние вероятности отказа на парке самолетов независимо от неизвестных параметров роста трещины.

4.2. Разработана математическая модель, реализующая данную методику назначения программы осмотров парка самолётов, и с ее помощью получены следующие результаты:

- исследовано поведение вероятности отказа как функции различных параметров модели (интервала между осмотрами, момента проведения первого осмотра и др.), получены и описаны некоторые особенности её поведения;
- предложена новая методика назначения момента проведения первого осмотра, позволяющая находить минимально возможное число осмотров при заданном виде программы осмотров;
- предложена модель переключения на альтернативную программу осмотров при возникновении определенного события в эксплуатации, позволяющая продлить срок эксплуатации парка самолётов при сохранении заданного уровня вероятности отказа при сокращении общего среднего числа осмотров.

4.3. Разработано программное обеспечение для анализа данных о росте усталостных трещин и расчета характеристик программ осмотров, включающее в себя:

- оценивание параметров роста трещин;
- наглядное моделирование процесса развития усталостных трещин и эффективности рассматриваемой программы осмотров (характеристиками которой являются момент времени первого осмотра, интервал между осмотрами, минимальный обнаружимый размер трещины и т.д.) путем визуализации результатов расчетов методом Монте-Карло;
- расчет эффективности программы осмотров при использовании аналитических зависимостей вероятностей отказов от параметров программы осмотров;
- использование аппарата цепей Маркова для расчета последствий переключения на альтернативную программу осмотров (в частности – удвоения частоты осмотров после первого обнаружения усталостной трещины в эксплуатации);
- использование модульного принципа построения виртуального испытательного стенда, позволяющего гибко перестраивать систему моделирования под текущие требования исследователя, при необходимости добавляя новые либо изменяя существующие модули.

4.4. Приведены численные примеры расчетов

4.5. Разработан комплекс программ с детальными описаниями и инструкциями

## **5. Практическая значимость**

Проделанная работа имеет следующую практическую значимость:

- разработанный комплекс программ представляет собой значительное расширение и углубление простейшего варианта системы, ранее разработанного по заказу ОКБ Ильюшина, а затем переданного также в ОКБ Яковлева;
- применение данной модели позволяет улучшить экономические показатели программы осмотров при сохранении заданного ограничения вероятности отказа на парке самолётов;
- создан инструментарий для моделирования процесса принятия решений, анализа их последствий при различных технологиях проведения осмотров и стратегиях корректировки программы осмотров по мере накопления информации, поступающей в результате проведения осмотров;

- разработанная система находит применение в учебном процессе авиационного института РТУ.

## 6. Первая глава

В данной главе приводится краткая история возникновения проблемы, вводится понятийный аппарат, приводятся предлагавшиеся и используемые в настоящее время методы ограничения вероятности разрушения вследствие накопления усталостных повреждений, их основные достоинства и недостатки.

Значимость проблемы подтверждает статистика, приведенная в работе Г.С.Кемпбелла и Р.Лахи «Обзор серьезных авиакатастроф, вызванных усталостными разрушениями»: за период с 1927 по 1981 год произошло 1885 катастроф, повлекших гибель 2240 человек; приводимые статистические данные последнего времени свидетельствуют примерно о 69 авариях, вызванных усталостными разрушениями, ежегодно; часть этих аварий привели к катастрофам.

Построению программы осмотров планера самолёта с целью своевременного обнаружения усталостных трещин посвящены работы Б. Лундберга, Ф. Х. Хука, Д. Н. Янга, В. Я. Сенника, В. В. Никонова, Н. Н. Смирнова, В. С. Стреляева, Г. И. Нестеренко и других авторов. Большой вклад в решение этой проблемы внесли также исследования, проведенные под руководством Х. Б. Кордонского и Ю. А. Мартынова.

Однако во всех этих работах не принималось во внимание то, что вероятность отказа в эксплуатации зависит не только от случайности оценок параметров роста трещин и характеристик технологии проведения осмотров, но и от процедуры принятия окончательного решения, в частности то, что в ряде случаев производится изменение самого проекта интересующей нас конструкции. Начало развития математических моделей в данном направлении положено в работах Ю. М. Парамонова и П. М. Соболева, а затем продолжено в работе Н. М. Кимлика.

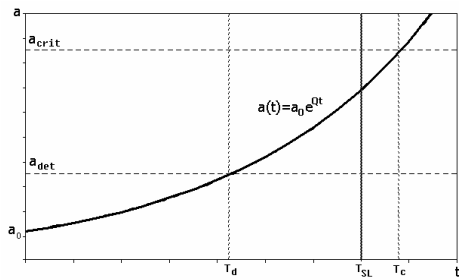
Настоящая работа является продолжением этих работ, отличающимся использованием модели роста трещины с двумя случайными параметрами (начальным эквивалентным размером усталостной трещины и скоростью её роста), а также с учётом закона *совместного* распределения оценок параметров распределения этих случайных величин.

## 7. Вторая глава

Данная глава содержит описание идеологии подхода к разработке программы осмотров самолётов, позволяющей оптимизировать ее стоимость (минимизировать среднее число осмотров для парка самолётов) при условии обеспечения заданного уровня вероятности отказа, описание предлагаемой математической модели и исследование поведения данной модели, используя вероятностный и статистический подходы.

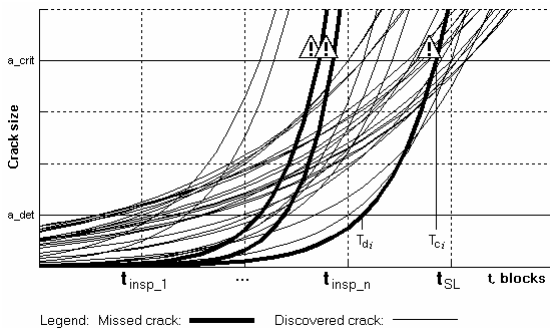
В ходе разработки программ осмотров конструкции самолета, которые бы позволяли предотвратить или снизить уровень вероятности разрушения самолета до заданного уровня, мы сталкиваемся с недостатком статистических данных о параметрах роста усталостных трещин. Задача по определению возможного уровня вероятности разрушения самолета в математических терминах может быть сформулирована следующим образом: необходимо создать процедуру (или сформулировать статистическую решающую функцию) для назначения программы осмотров, которая ограничивала бы максимальное значение вероятности разрушения самолёта при неизвестных параметрах роста трещин, приблизительно оцененных путем обработки результатов полномасштабных усталостных испытаний.

Для осуществления дальнейших расчетов необходима математическая модель процесса роста усталостных трещин.

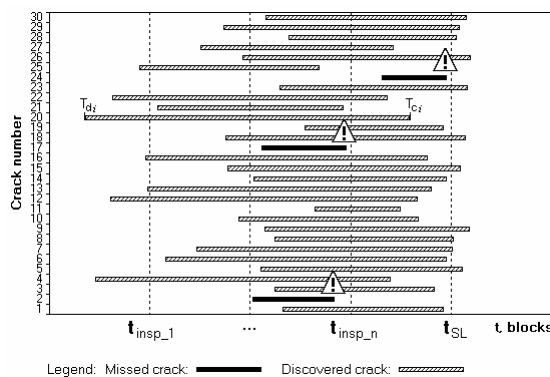


**Рис. 1. Экспоненциальная модель роста усталостной трещины**

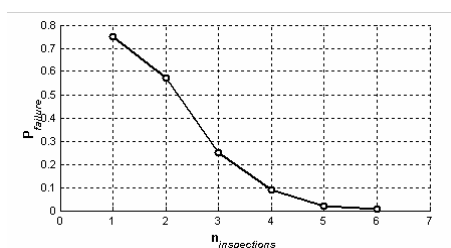
его так называемый эквивалентный начальный размер представлен параметром  $\alpha$ . Несмотря на свою простоту, эта формула показывает достаточно хорошие результаты в диапазоне наблюдений  $[T_d; T_c]$ , где  $T_d$  – момент времени, когда трещина становится обнаружимой, а  $T_c$  – момент времени, когда трещина достигает своего критического размера.



**Рис. 2. Демонстрация пропущенных трещин**



**Рис. 3. Демонстрация пропущенных трещин**



**Рис. 4. Зависимость вероятности отказа от  $n_{inspections}$**

После анализа экспериментальных данных, полученных при испытании самолета Ту-134 (крылья), было решено использовать двухпараметрическую экспоненциальную модель (рис.1), другими словами, была осуществлена аппроксимация реальной кривой роста трещин с помощью экспоненциальной функции, зависящей от двух параметров (подобная аппроксимация использовалась Янгом):  $a(t) = a_0 \cdot e^{Qt} = \alpha \cdot e^{Qt}$ .

Значение скорости роста трещины в экспоненциальной модели представлено параметром  $Q$ , его так называемый эквивалентный начальный размер представлен параметром  $\alpha$ . Несмотря на свою простоту, эта формула показывает достаточно хорошие результаты в диапазоне наблюдений  $[T_d; T_c]$ , где  $T_d$  – момент времени, когда трещина становится обнаружимой, а  $T_c$  – момент времени, когда трещина достигает своего критического размера.

Прежде всего, определим термин «отказ» как ситуацию, когда невозможно обнаружить трещину размером  $a_{det} \leq a < a_{crit}$ , или, другими словами, если не было проведено ни одного осмотра в интервале времени  $[T_d, T_c]$ . Например, на рисунках 2 и 3 представлена ситуация с тремя пропущенными трещинами: осмотры для них не попадали в их интервал  $[T_d, T_c]$ .

Если количество обнаруженных трещин достаточно велико, то доля пропущенных трещин среди всех имеющихся в действительности трещин может рассматриваться как оценка вероятности отказа:

$$\hat{P}_f \xrightarrow{n_{total} \rightarrow \infty} P_f = \lim_{n_{total} \rightarrow \infty} (n_{missed} / n_{total}).$$

Очевидно, что, изменяя число осмотров  $n_{inspections}$  в интервале  $[0, t_{SL}]$ , мы будем влиять также на число обнаруженных трещин, соответственно, оценка вероятности отказа также будет изменяться, что представлено на рисунке 4. К сожалению, мы не знаем реальных значений параметров для построения кривой на рисунке 4. Вместо этого мы использовали данные небольшого (одного, реже двух) числа измерений. Реальная кривая может проходить как выше, так и ниже той, что представлена на рисунке. Это также означает, что реальное значение вероятности отказа при данном значении числа осмотров также изменяется. Этот случай представлен на рисунке 5. Как будет выглядеть каждая конкретная реальная кривая роста усталостной трещины предсказать невозможно. Таким образом, осуществляя аппроксимацию кривой роста трещины определенной моделью, значения

параметров этой модели (fatigue crack growth model parameters, FCGMP) оказываются случайными величинами со своими индивидуальными параметрами распределения.

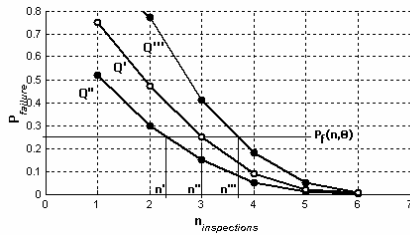


Рис. 5. Зависимость вероятности отказа от  $n_{inspections}$  и  $\theta$

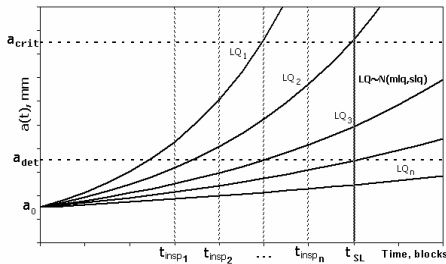


Рис. 6. Однопараметрическая модель

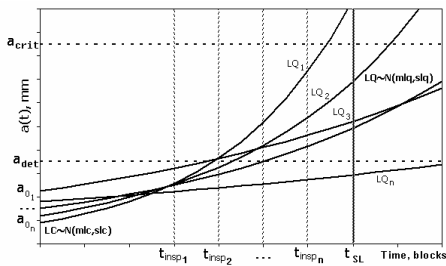


Рис. 7. Двухпараметрическая модель

стных испытаний значение коэффициента корреляции  $r$  составило 0.796419 (см. рис. 8).

В данной работе представлены три метода расчета вероятности отказа: используя формулы, используя метод Монте-Карло и используя теорию цепей Маркова.

В цепи Маркова рассматриваются следующие состояния: первые  $n+1$  состояния соответствуют эксплуатации самолета между двумя последовательными осмотрами; три последующих состояния соответствуют состоянию успешного окончания периода эксплуатации, состоянию списания самолета в случае отказа и состоянию списания самолета в случае обнаружения усталостной трещины.

Чтобы осуществить моделирование процесса роста усталостных трещин методом Монте-Карло необходимо знать закон и параметры распределения FCGMP.

Параметры модели (FCGMP) для конкретной реализации кривой роста усталостной трещины  $a$  и  $Q$  являются случайными величинами; обозначим  $X = \ln Q$  и  $Y = \ln C_c = \ln(\ln(a_{crit}/a))$ . Долговечность определяется как  $T_c = C_c/Q$ . По результатам анализа данных усталостных тестов можно принять, что логарифм времени роста трещины до критического размера (логарифм долговечности), распределен нормально:  $\ln T_c \sim N(\mu_{\ln T_c}, \sigma_{\ln T_c}^2)$ .

Из аддитивного свойства нормального распределения следует, что  $\ln T_c$  может быть нормально распределен в двух случаях: если либо оба значения  $\ln C_c$  и  $\ln Q$  ( $C_c = \ln a_{crit} - \ln \alpha$ ) распределены нормально (то есть  $X = \ln Q \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$ ,  $Y = \ln C_c \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ), или если одно из этих значений распределено нормально, а другое является константой. На рисунках 6 и 7 эти случаи названы одно- и двухпараметрическими моделями соответственно.

Для того, чтобы оценить параметры распределения FCGMP, мы используем данные экспериментальных наблюдений нескольких трещин. Стоит отметить, что корреляция между  $\ln Q$  и  $\ln C_c$  (между  $X$  и  $Y$ ) является существенной. В случае с нашими данными по результатам полномасштабных усталостных испытаний значение коэффициента корреляции  $r$  составило 0.796419 (см. рис. 8).

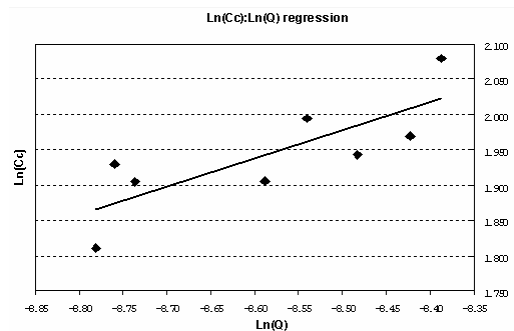


Рис. 8. Корреляция  $\ln Q - \ln C_c$ .



- $E_i$  – самолет в эксплуатации на  $i$ -интервале;  $i = 1, 2, \dots (n+1)$ ;
- $E_{n+2}$  – самолет успешно прослужил до  $t_{SL}$  без трещин (SL - состояние);
- $E_{n+3}$  – отказ, то есть трещина не была вовремя обнаружена (FF - состояние);
- $E_{n+4}$  – при осмотре была обнаружена трещина (CD - состояние).

Нахождение в эксплуатации на  $i$ -ом интервале означает, что  $t \in (t_{i-1}, t_i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, n_{TIP}$ ,  $t_0 = 0$ ,  $t_{n_{TIP}+1} = t_{SL}$ .

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	...	$E_n$	$E_{n+1}$	$E_{n+2}$ (SL)	$E_{n+3}$ (FF)	$E_{n+4}$ (CD)
$E_1$	0	$u_1$	0	...	0	0	0	$q_1$	$v_1$
$E_2$	0	0	$u_2$	...	0	0	0	$q_2$	$v_2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$E_{n-1}$	0	0	0	...	$u_{n-1}$	0	0	$q_{n-1}$	$v_{n-1}$
$E_n$	0	0	0	...	0	$u_n$	0	$q_n$	$v_n$
$E_{n+1}$	0	0	0	...	0	0	$u_{n+1}$	$q_{n+1}$	$v_{n+1}$
$E_{n+2}$ (SL)	0	0	0	...	0	0	1	0	0
$E_{n+3}$ (FF)	0	0	0	...	0	0	0	1	0
$E_{n+4}$ (CD)	0	0	0	...	0	0	0	0	1

Рис. 9. Матрица переходных вероятностей

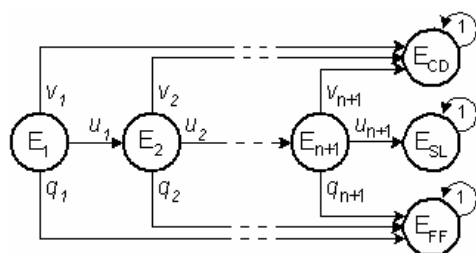


Рис. 10. Графическое представление процесса эксплуатации самолёта

Как видно, показанная на рисунке 9 матрица может быть представлена в виде композиции четырех матриц:  $Q$ ,  $R$ ,  $\theta$  и  $I$ . Используя аппарат цепей Маркова можно легко вычислить вероятность поглощения в каждом из состояний SL, FF и CD.

Теория цепей Маркова особенно привлекательна для моделирования различных сценариев переключения на альтернативные программы осмотров при возникновении определенных событий в эксплуатации. Например, можно удвоить частоту осмотров для оставшейся части парка после обнаружения первой трещины. Пример такого подхода показан ниже для программы, изначально включавшей два осмотра: граф состояний представлен на рисунке 12, а матрица переходных вероятностей на рисунке 11.

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$ ( $E_{SL}$ )	$E_5$ ( $E_{FF}$ )	$E_6$ ( $E_{CD}$ )
$E_1$	0	$u_1$	0	0	$q_1$	$v_1$
$E_2$	0	0	$u_2$	0	$q_2$	$v_2$
$E_3$	0	0	0	$u_3$	$q_3$	$v_3$
$E_4$ ( $E_{SL}$ )	0	0	0	1	0	0
$E_5$ ( $E_{FF}$ )	0	0	0	0	1	0
$E_6$ ( $E_{CD}$ )	0	0	0	0	0	1

Рис. 11. Матрица переходных вероятностей

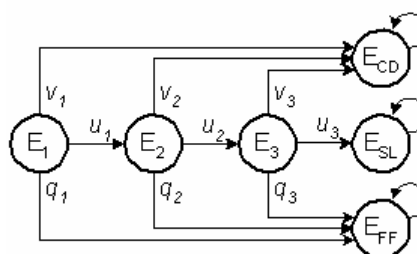


Рис. 12. Граф состояний программы с двумя осмотрами

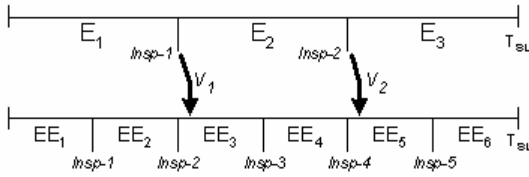


Рис. 13. Переход на удвоенную частоту осмотров

представлено на рисунке 13.

Модифицированный граф состояний представлен в полной форме на рисунке 14 и в редуцированной форме на рисунке 15.

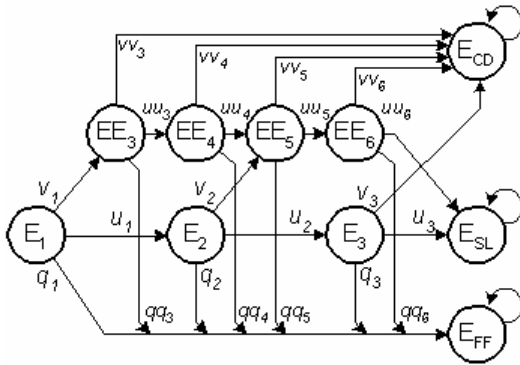


Рис. 14. Модифицированный граф состояний программы с двумя осмотрами

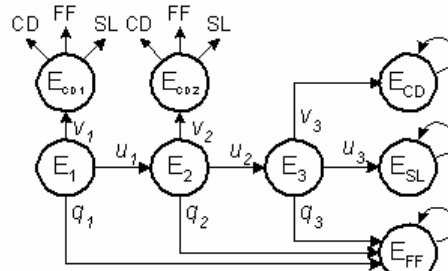


Рис. 15. Модифицированный граф состояний программы с двумя осмотрами (редуцированная форма)

Очевидно, что случайная программа осмотров  $R_D(\cdot)$  имеет в данном случае три возможных реализации; эти три реализации (или сценария) представлены в графическом виде на рисунке 16.

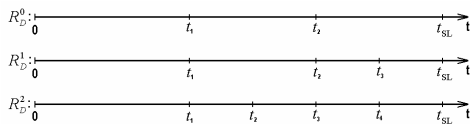


Рис. 16. Варианты реализации случайной программы осмотров

$$R_D^0 : \{t_1, t_2, t_{SL}\};$$

$$R_D^1 : \{t_1, t_2, \frac{1}{2} \cdot (t_{SL} + t_2), t_{SL}\};$$

$$R_D^2 : \{t_1, \frac{1}{2} \cdot (t_2 + t_1), t_2, \frac{1}{2} \cdot (t_{SL} + t_2), t_{SL}\}.$$

Вероятность реализации каждого сценария зависит от вероятности обнаружения трещины во время осмотра в рамках базового сценария ( $R_D^0$ , т.е.

без перехода на удвоенную частоту осмотров). В этом случае модифицированная матрица переходных вероятностей для программы осмотров 2-5 выглядит так, как представлено на рисунке 17. Зная эту матрицу переходных вероятностей можно вычислить вероятность отказа для модифицированной программы осмотров.

	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$EE_3$ ( $E_{CD1}$ )	$EE_5$ ( $E_{CD2}$ )	$E_4$ ( $E_{SL}$ )	$E_5$ ( $E_{FF}$ )	$E_6$ ( $E_{CD}$ )
$E_1$	0	$u_1$	0	$v_1$	0	0	$q_1$	0
$E_2$	0	0	$u_2$	0	$v_2$	0	$q_2$	0
$E_3$	0	0	0	0	0	$u_3$	$q_3$	$v_3$
$EE_3$ ( $E_{CD1}$ )	0	0	0	0	0	$uw_3^*$	$qq_3^*$	$vv_3^*$
$EE_5$ ( $E_{CD2}$ )	0	0	0	0	0	$uw_5^*$	$qq_5^*$	$vv_5^*$
$E_4$ ( $E_{SL}$ )	0	0	0	0	0	1	0	0
$E_5$ ( $E_{FF}$ )	0	0	0	0	0	0	1	0
$E_6$ ( $E_{CD}$ )	0	0	0	0	0	0	0	1

Рис. 17. Модифицированная матрица переходных вероятностей

В общем случае программа содержит  $n_{ТПР}$  осмотров и, соответственно,  $n_{ТПР} + 1$  переходное состояние. Таким образом, существует  $n_{ТПР}$  возможных моментов перехода на удвоенную частоту осмотров, порождая набор из  $n_{ТПР} + 1$  реализации (или сценария) случайной программы осмотров  $\vec{R}_D = \{R_D^0, R_D^1, \dots, R_D^{n_{ТПР}}\}$ . Рассмотрим вектор вероятностей  $\vec{V}^* = \{v_0^*, v_1^*, v_2^*, \dots, v_{n_{ТПР}}^*\}$ :  $v_i^*$  есть вероятность обнаружения трещины во

время  $i$ -го осмотра,  $i=1, \dots, n_{TIP}$ ,  $v_0^* = 1 - P_f^0 - \sum_{i=1}^{n_{TIP}+1} v_i^*$ , где  $P_f^0$  - вероятность отказа для исходной программы осмотров в соответствии со сценарием  $R_D^0$ , а  $v_0^*$  означает вероятность не обнаружить ни одной трещины и оставаться в рамках исходного сценария  $R_D^0$  вплоть до  $t_{SL}$ .

Существует и другая интерпретация перехода на удвоенную частоту осмотров, рассматривая случайную программу осмотров  $R_D$  как элемент набора сценариев  $\bar{\mathbf{R}}_D$ . Для данного случая  $\bar{\mathbf{P}}_f(\bar{\mathbf{R}}_D) = \{P_f^0(R_D^0), P_f^1(R_D^1), \dots, P_f^{n_{TIP}}(R_D^{n_{TIP}})\}$ , вероятность отказа для случайной программы осмотров  $R_D$  является суммой вероятностей отказа всех сценариев, помноженных

на вероятность реализации каждого из этих

сценариев:  $P_f = P_f^0 + \sum_{i=1}^{n_{TIP}} (v_i^* \cdot P_f^i)$ . Значения

элементов вектора  $\vec{v}^*$  могут быть получены путем создания модифицированной матрицы переходных вероятностей и вычисления значений элементов матрицы вероятностей поглощения  $\mathbf{V}$ , как это показано на рисунке 18. На рис.19 показаны только интересующие нас элементы матрицы  $\mathbf{V}$ . Матрица  $\mathbf{B} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{R}$ ,  $\mathbf{N} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q})^{-1}$ .

	$E_1$	$E_2$	...	$E_{n_{TIP}+1}$	$E_{SL}$	$E_{FF}$	$E_{CD1}$	$E_{CD2}$	...	$E_{CD(n_{ip}+1)}$
$E_1$	0	$u_1$	...	0	0	$q_1$	$v_1$	0	...	0
$E_2$	0	0	...	0	0	$q_2$	0	$v_2$	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$E_{n_{TIP}+1}$	0	0	...	0	$u_{n_{TIP}+1}$	$q_{n_{TIP}+1}$	0	0	...	$v_{n_{ip}+1}$
$E_{SL}$	0	0	...	0	1	0	0	0	...	0
$E_{FF}$	0	0	...	0	0	1	0	0	...	0
$E_{CD1}$	0	0	...	0	0	0	1	0	...	0
$E_{CD2}$	0	0	...	0	0	0	0	1	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$E_{CD(n_{ip}+1)}$	0	0	...	0	0	0	0	0	...	1

**Рис. 18. Модифицированная матрица переходных вероятностей**

	$E_{SL}$	$E_{FF}$	$E_{CD1}$	$E_{CD2}$	...	$E_{CD(n_{ip}+1)}$
$E_1$	$v_0^*$	$P_f^0$	$v_1^*$	$v_2^*$	...	$v_{n_{ip}+1}^*$
$E_2$	.	.	.	.	...	.
...	...	...	...	...	...	...
$E_{n_{TIP}+1}$	.	.	.	.	...	.

**Рис. 19. Матрица вероятностей поглощения  $\mathbf{V}$**

Конечно, переход на удвоенную частоту осмотров (либо иное изменение программы осмотров) возможен и в случае, когда станет известна и какая-либо другая информация о стареющем парке самолётов. В результате возможно рекурсивное использование процедуры, описанной выше, либо какие-то другие изменения матрицы переходных вероятностей. Подобный сценарий является предметом отдельного изучения и не является частью данной работы.

Далее может быть использована минимальная статистическая решающая функция, если возможно принятие решения о возвращении проекта самолёта на доработку в случае, когда оценки значений некоторого набора параметров  $\vec{d}_L = \vec{d}_L(\hat{\theta})$  не укладываются в область допустимых значений  $D_L$ :

Количество элементов в  $\vec{d}_L$ , и, соответственно, размерность  $D_L$  может варьироваться в зависимости от моделируемой ситуации и выдвигаемых требований. Параметр  $\theta$ , определяющий с.d.f. вектора  $(T_d, T_c)$ , является вектором. В данной работе параметр  $\theta$  состоит из пяти нижеприведенных компонентов в случае, если параметры модели трещины являются случайными и имеют нормальное распределение:

$$\hat{P}_{f_{corrected}} = \begin{cases} P_f(\theta, \vec{d}_L) & , \vec{d}_L \in D_L \\ 0 & , \vec{d}_L \notin D_L \end{cases}$$

Количество элементов в  $\vec{d}_L$ , и, соответственно, размерность  $D_L$  может варьироваться в зависимости от моделируемой ситуации и выдвигаемых требований. Параметр  $\theta$ , определяющий с.d.f. вектора  $(T_d, T_c)$ , является вектором. В данной работе параметр  $\theta$  состоит из пяти нижеприведенных компонентов в случае, если параметры модели трещины являются случайными и имеют нормальное распределение:

$$\theta = [\theta_{0 \ln C_c}, \theta_{1 \ln C_c}, \theta_{0 \ln Q}, \theta_{1 \ln Q}, r], \quad \theta \in \Theta = \left\{ (-\infty, \infty); [0, \infty); (-\infty, \infty); [0, \infty); [0, 1] \right\},$$

где  $\theta_0$  является коэффициентом сдвига, а  $\theta_1$  коэффициентом масштаба соответствующего параметра  $\ln C_c$  или  $\ln Q$  модели роста трещины;  $r$  является коэффициентом корреляции между  $\ln C_c$  и  $\ln Q$ . Доказано, что для данной процедуры принятия решений случайная

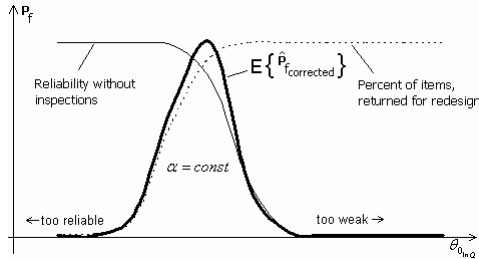


Рис. 20. Пример  $\hat{P}_{f,corrected}(\theta_{0 \ln Q})$

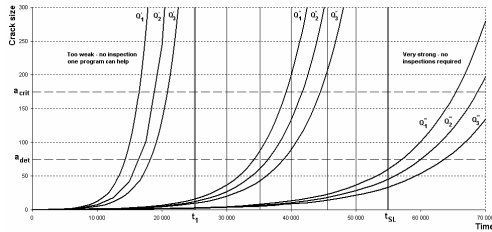


Рис. 21. Пояснение для  $\hat{P}_{f,corrected}(\theta_{0 \ln Q})$

величина  $\hat{P}_{f,corrected}$  имеет математическое ожидание, являющееся функцией от  $\theta$ , и эта функция имеет максимум. Пример, где все параметры, за исключением  $\theta_{0 \ln Q}$  (скорости роста трещины), являются константами, представлен на рисунках 20 и 21. Если предположить, что параметры  $\theta_{1 \ln Q}$ ,  $\theta_{1 \ln C_c}$  и  $r$  зависят от технологии, которая для нового самолета остается неизменной, и эти параметры могут быть оценены на основе информации о прежних разработках, тогда остаются только два неизвестных параметра:  $\theta_{0 \ln Q}$  и  $\theta_{0 \ln C_c}$ . Таким образом, мы получаем трехмерное изображение для функции  $P_f = P_f(\theta_{0 \ln Q}, \theta_{0 \ln C_c})$ , которое имеет максимум.

Обозначим значение вероятности отказа, используемое для расчетов (для выбора требуемого числа осмотров, или выбора вектора  $\vec{t}$ ), как  $P_{f,calc}$ . Значение математического ожидания вероятности отказа как функции от  $\hat{\theta}$  обозначено как  $E\{\hat{P}_{f,corrected}\}$ .

Мы назвали его скорректированным («corrected») чтобы различать с  $P_{f,calc}$ . Идея заключается в нахождении такого максимального значения  $P_{f,calc}^*$ , при котором значение  $E\{\hat{P}_{f,corrected}\}$  не превышало бы заданного ограничения вероятности отказа  $P_{f,required} = 1 - R_{required}$ , где  $R_{required}$  является требуемой надежностью.

$$P_{f,calc}^* : \tilde{P}(P_{f,calc}) \leq P_{f,required}, \text{ где } \tilde{P}(P_{f,calc}) = \max_{\theta} \left( E_{\theta} \left\{ \hat{P}_{f,corrected} \right\} \right).$$

Данный подход для случая, когда один из параметров  $\theta_0 = const$ , представлен на рисунке 22, а более общий случай – на рисунке 23:

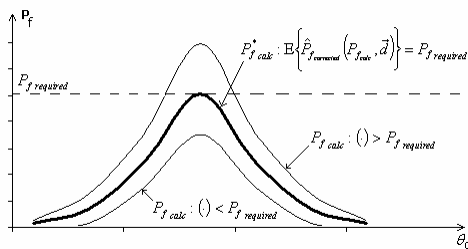


Рис. 22. Пример минимаксного подхода (один из параметров  $\theta_0$  – константа)

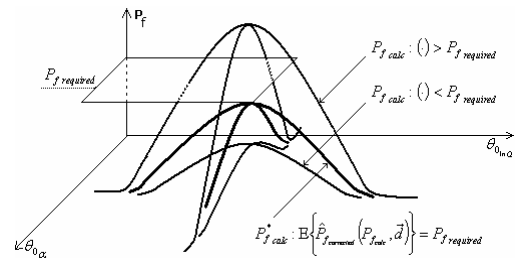


Рис. 23. Пример минимаксного подхода (общий случай)

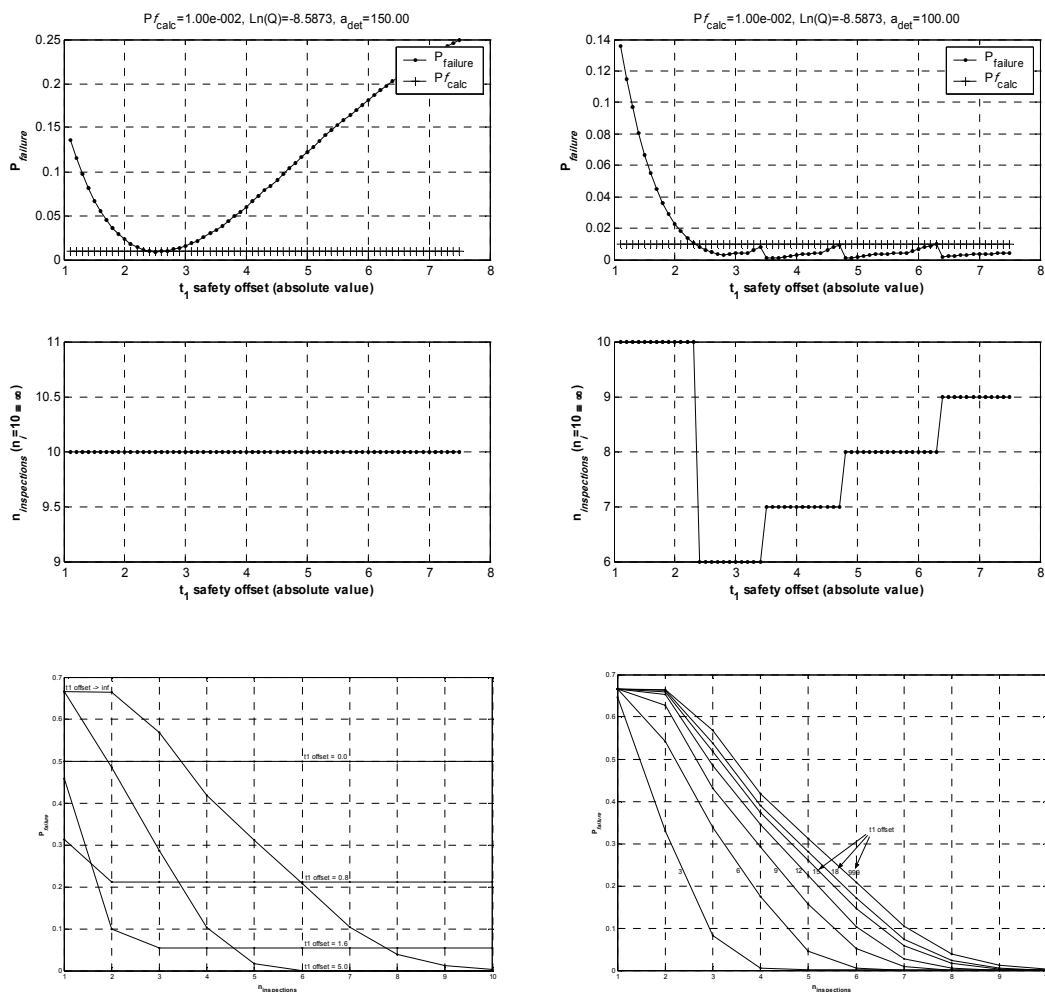
## 8. Третья глава

Данная глава содержит описание «рабочего места» исследователя (experimenter's workplace, EW). Создано два варианта EW: используя табличный процессор Excel и используя программный пакет Matlab. Версия на Excel более проста и более подходит для использования студентами с целью изучения принципов её работы: она работает с меньшим количеством параметров и позволяет видеть результаты расчетов в режиме реального времени, однако имеет ограниченную функциональность. Версия, созданная с помощью Matlab, является более производительной и не имеет ограничений, присущих Excel-версии, но требует базовых знаний программного обеспечения Matlab в случае, если необходимо изменение параметров системы. Все результаты, представленные в данной работе, были получены с помощью описанных EW. В Главе 3 приводится полное описание внутренней структуры, алгоритмов и логики работы всех модулей EW.

## 9. Четвёртая глава

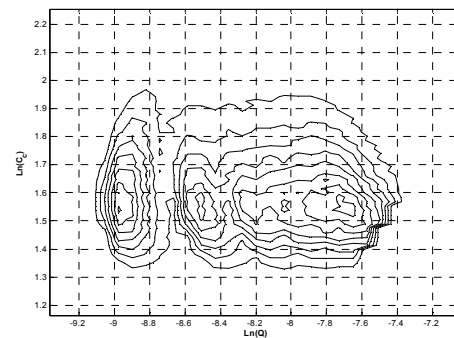
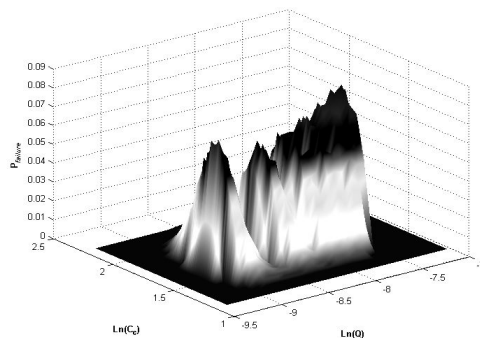
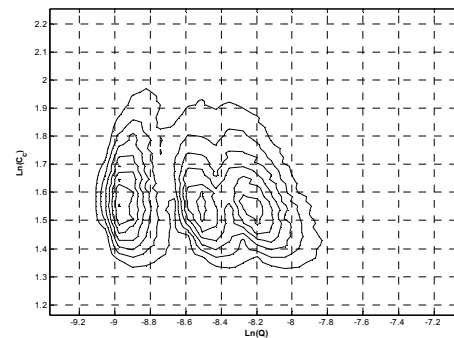
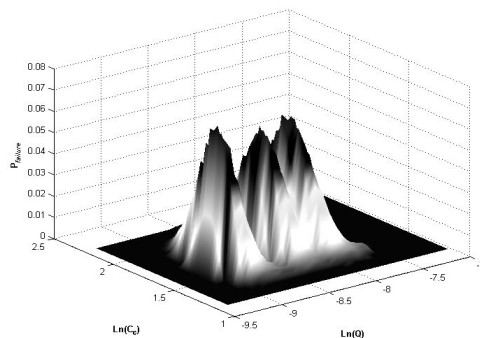
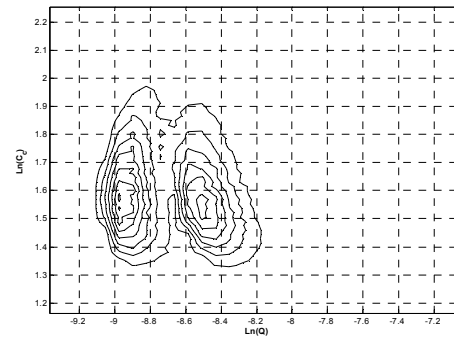
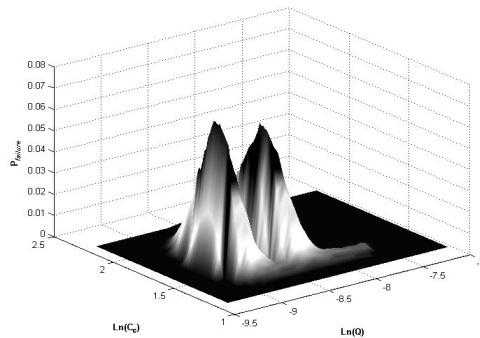
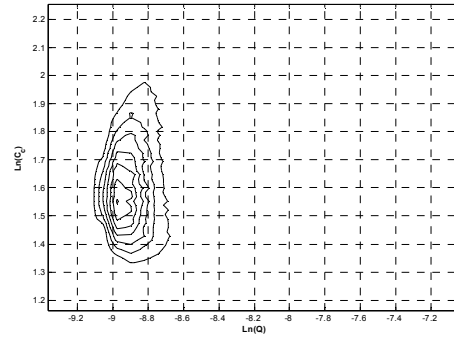
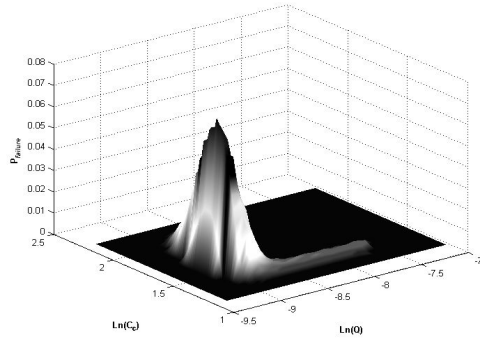
Данная глава содержит несколько числовых примеров, полученных с помощью разработанного программного обеспечения. Некоторые примеры результатов (только графики, без таблиц со значениями) приведены ниже.

Иллюстрация выбора оптимального значения времени первого осмотра  $t_1$ . Можно видеть, что оптимальное смещение в данном случае находится в диапазоне [-3.3; -2.4]:

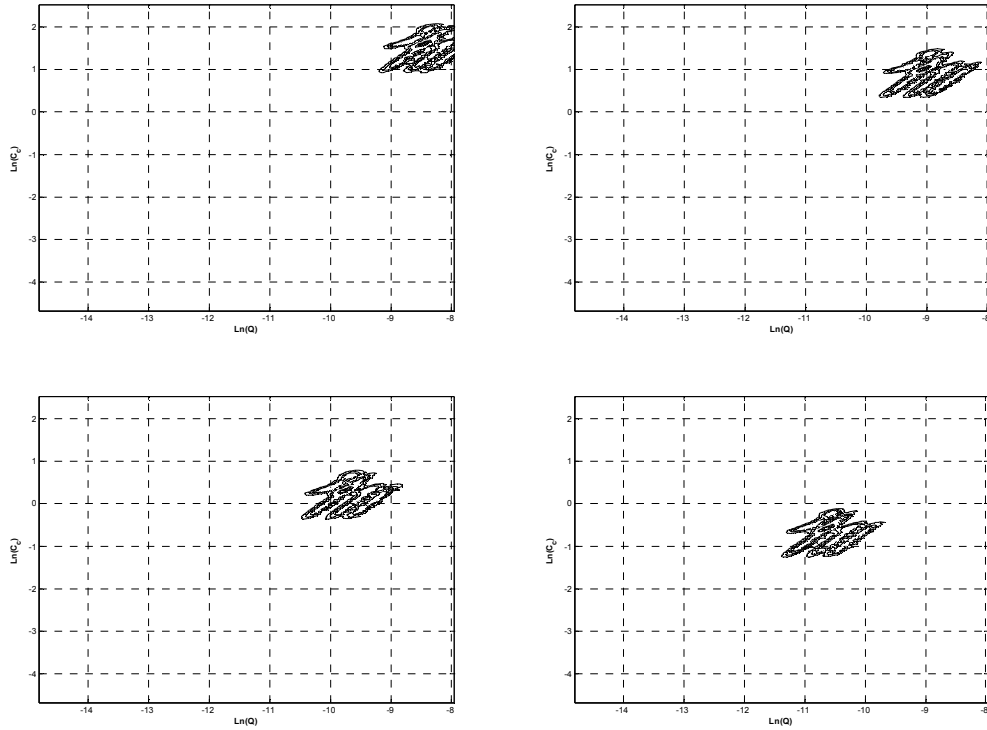


Использование оптимального значения  $t_1$  позволяет найти минимально возможное число осмотров для данного типа программы осмотров.

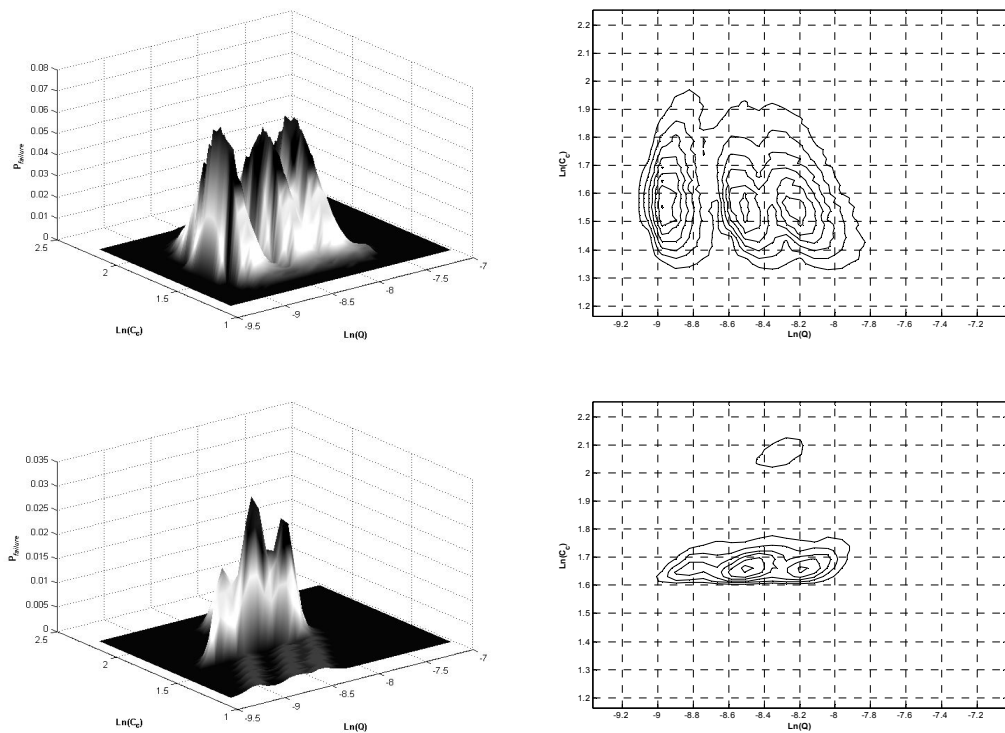
Иллюстрация некоторых особенностей функции  $P_{f_{corrected}}$ : можно видеть, что она имеет несколько экстремумов (для небольших  $\ln(C_j)$  равное  $\ln(Q)$ , для больших  $\ln(C_j)$  некоторые экстремумы начинают сливаться). Знание данного факта позволяет оптимизировать методику поиска глобального максимума.



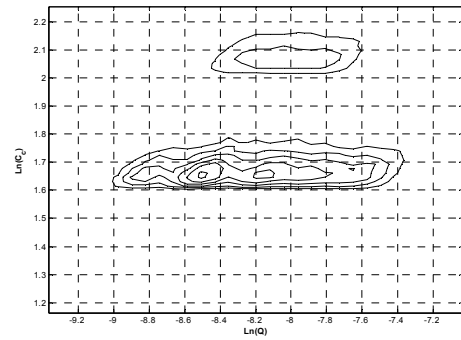
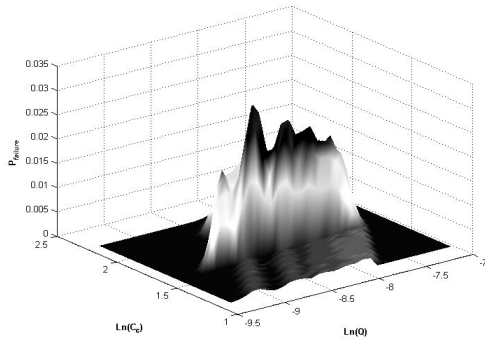
Местоположение глобального максимума зависит от используемой методики осмотров (максимум смещается при изменении  $a_{det}$ ); использование данного свойства позволяет прогнозировать местоположение максимума при изменении методики осмотров.



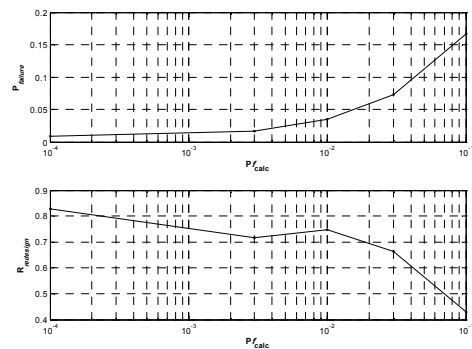
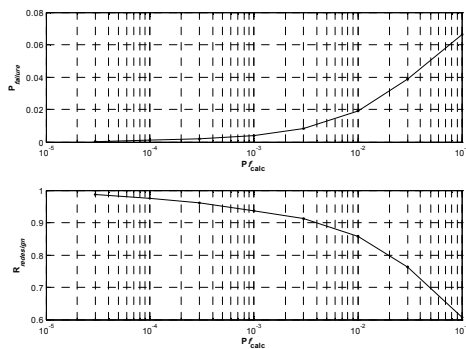
Выбор значения  $t_1$  по особому правилу «сглаживает» функцию по сравнению с вариантом для равномерно распределенных моментов осмотров:



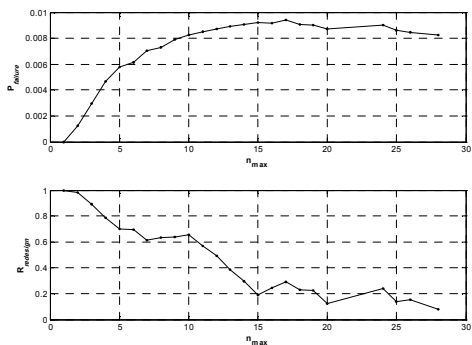
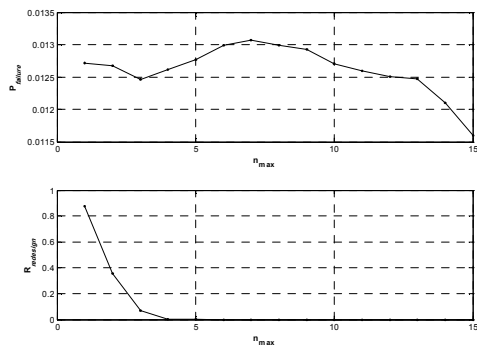
Все типы программ осмотров, за исключением равномерно распределенных моментов осмотров, могут порождать «гармоники» - наборы локальных экстремумов, обычно повторяющие форму глобального экстремума, что может путать исследователя:



Значение отношения  $P_{f_{corrected}} / P_{f_{calc}}$  зависит от абсолютного значения  $P_{f_{Lcalc}}$ : чем меньше по абсолютной величине требуемое ограничение вероятности отказа, тем с большим запасом приходится выбирать  $P_{f_{calc}}$ ; вид зависимости для варианта с особым  $t_1$  приведен слева, для равномерного распределения моментов осмотров – справа:



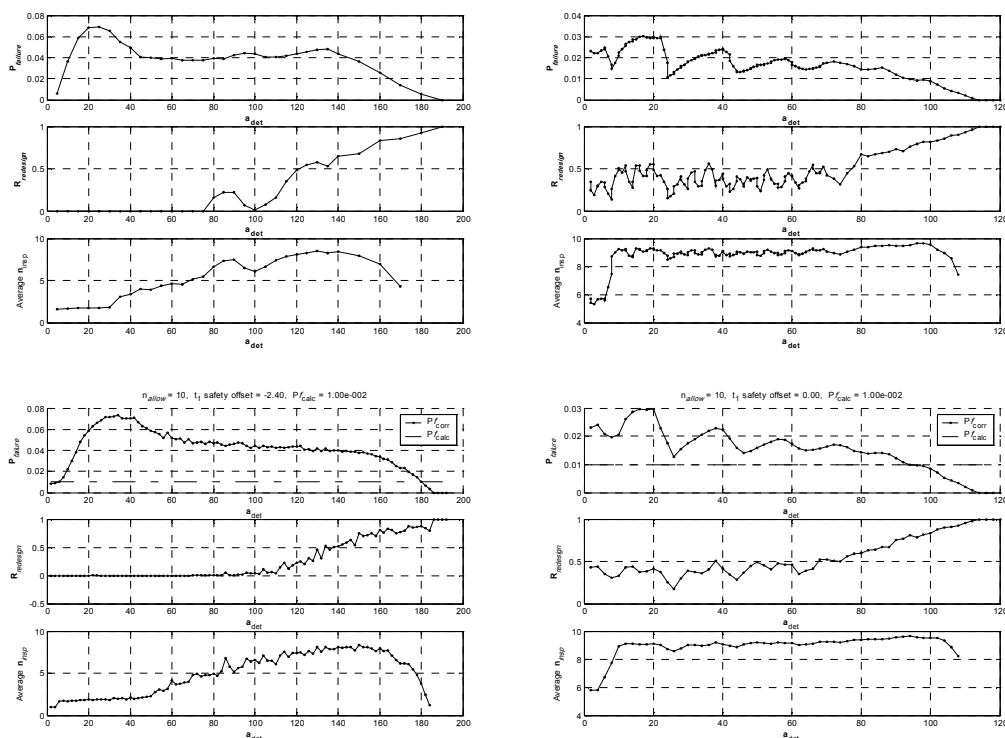
Для программ осмотров со сравнительно малым  $n_{max}$  зависимость  $P_{f_{corrected}}$  от самого  $n_{max}$  может быть немонотонной функцией; вид зависимости для варианта с особым  $t_1$  приведен слева, для равномерного распределения моментов осмотров – справа:



Видно, что в некоторых случаях увеличение числа осмотров может приводить к увеличению вероятности отказа.



Для программ осмотров со сравнительно малым  $n_{\max}$  зависимость  $P_{f_{corrected}}$  от  $a_{det}$  также может быть немонотонной функцией; вид зависимости для варианта с особым  $t_1$  приведен слева, для равномерного распределения моментов осмотров – справа:



## 10. Заключение

- В результате проделанной работы созданы новые математические модели, позволяющие оптимизировать программу осмотров подверженных усталости силовых элементов конструкции планера самолёта; в отличие от других, предложенный подход основан на экспоненциальной версии модели Пэриса (для кривой роста усталостной трещины) с двумя случайными параметрами – эквивалентным начальным размером и скоростью роста (в логарифмической шкале) – с ненулевым коэффициентом взаимной корреляции.
- Разработан комплекс модульного программного обеспечения, реализующий указанные выше модели, являющийся удобным, гибким и функциональным рабочим инструментом исследователя, специализированным полигоном, позволяющим вычислять параметры программ осмотров при различных значениях более чем тридцати переменных и параметров. Программный комплекс реализует пять различных отключаемых функций оптимизации вычислений, основанных на знании специфических особенностей модели. Реализована возможность накопления результатов моделирования для дальнейшего использования (пополняемая база данных). Все основные графические результаты могут быть представлены как в виде, удобном для моделирования, так и в виде, удобном для печати, реализована отключаемая функция n-точечной интерполяции результатов и отключаемая возможность усреднения результатов, полученных при одинаковых значениях параметров моделирования. Предусмотрена возможность осуществления пакетного моделирования с четырьмя различными типами формирования последовательностей наборов аргументов. Программный комплекс имеет открытую модульную структуру и может пополняться новыми модулями, реализующими дополнительные функции.

- Используя созданный программный комплекс проведено глубокое масштабное исследование предложенной модели, изучить некоторые особенности её поведения, что, в свою очередь, позволило оптимизировать работу самого программного комплекса. В результате исследования и моделирования была предложена новая методика назначения момента времени проведения первого осмотра, позволяющая находить минимально возможное число осмотров при заданном виде программы осмотров. Все полученные результаты наглядны и при использовании реальных данных дают правдоподобные, теоретически ожидаемые результаты.
- Используя созданный программный комплекс, было произведено изучение возможности переключения на альтернативную программу осмотров при возникновении определенного события в эксплуатации; показано, что даже простейший случай перехода на удвоенную частоту осмотров оставшейся части парка самолетов при обнаружении первой усталостной трещины позволяет уменьшить общее среднее число осмотров для парка.

## 11. Приложения

Основные данные, содержащиеся в приложениях: экспериментальные данные натуральных усталостных испытаний, использованных в числовых примерах; структуры всех баз данных с описаниями; краткие руководства пользователя разработанного программного обеспечения; исходные тексты программ; несколько детальных числовых примеров; краткая демонстрация интерфейса программного обеспечения.

## 12. Список публикаций

1. Y. Paramonov, A. Kuznetsov. Fatigue crack growth parameter estimation by processing inspection results // In: Scientific proceedings of Riga Technical University – Transport and Engineering – Issue #6/6 – Riga, 2001 – pp. 6-17.
2. Kuznetsov A. S., Paramonov Yu. M. Airframe inspection program development using adjustment of required failure probability // *Mašīnzinātne un transports, sērija 6. sējums 8, Transports, Aviācijas transports, izdevniecība RTU, Rīga, 2002 – 110-117 lpp.*
3. Paramonov Yu. M., Kuznetsov A. S. Fatigue crack growth parameter estimation by processing inspection results // *Proceedings of Third International Conference on Mathematical Methods in Reliability (MMR2002), Methodology and Practice. – Trondheim, Norway, 2002, NTNU – pp. 505-508.*
4. Paramonov Yu. M., Kuznetsov A. S. Inspection data use for inspection program development // *Transport and Telecommunication Institute.v.4, #2, Riga, 2003 – pp.101-107.*
5. Kuznetsov A., Paramonov Yu. Switching to doubled aircraft inspection frequency strategy analysis for exponential fatigue crack growth model // *Mašīnzinātne un transports, sērija 6. sējums 13., Transports, Aviācijas transports, izdevniecība RTU, Rīga, 2003 – 23-31 lpp.*
6. Paramonov Yu. M., Kuznetsov A.S. Inspection data use for airframe inspection interval correction // *Aviation, Issue #6 – Vilnius, Technika, 2002 – pp.109-116.*
7. Yuri M. Paramonov, Andrey S. Kuznetsov. Inspection data use for inspection program development // *Abstracts of International Conference “Reliability and statistics in transportation and communication (RelStat’02)” – Riga, Latvia, 17–18 October 2002 – p. 25.*
8. Kuznetsov A., Paramonov Yu. Switching to doubled aircraft inspection frequency strategy analysis for exponential fatigue crack growth model // *In the book “Longevity, Ageing and Degradation Models in Reliability, Medicine and Biology”, Volume 1, pp.143-154 – St. Petersburg, Russia, 2004.*
9. A. Kuznetsov, Yu. Paramonov. Investigating doubled aircraft inspection frequency strategy for exponential fatigue crack growth model // *In: Fourth International conference “Mathematical Methods in Reliability (MMR2004)” – Santa Fe, New Mexico, USA, 21-25 June 2004.*

10. A. Kuznetsov, Yu. Paramonov. Using of P-set function for aircraft inspection program development for exponential fatigue crack growth model. // Book of abstracts of Sixth International Seminar on Recent research and design progress in aeronautical engineering and its influence on education – Riga, Latvia, October 14-16, 2004, – p.26.
11. Paramonov Yu., Kuznetsov A. Using of p-set function for airframe inspection program development // Proceedings of the International Symposium on Stochastic models in reliability, safety, security and logistics. 15-17 February 2005, Beer Sheva, Israel – pp. 280-283.
12. Paramonov Yu., Kuznetsov A. Planning of inspection program of fatigue-prone airframe. // Proceedings of International scientific school “Modelling and analysis of safety and risk in complex systems MASR2005” – Russian Academy of Science, St. Petersburg, Russia, June 28-July 1 2005 – pp. 390-396.
13. Y. Paramonov, A. Kuznetsov. Inspection program development for fatigue crack growth model with two random parameters. // Abstracts of International Conference “Reliability and statistics in transportation and communication (RelStat’05)” – Riga, Latvia, 13–14 October 2005 – p. 97.

### **13. Участие в конференциях, симпозиумах и прочитанные доклады**

1. The third International conference on Mathematical Methods in Reliability MMR2002 – Trondheim, Norway, 17-20 June 2002.
2. RTU Conference “Production Engineering and Transport” – Riga, Latvia, 10 October 2002.
3. International scientific conference “Reliability and Statistics in Transportation and Communication RelStat’02” – Riga, Latvia, 17-18 October 2002.
4. RTU 44<sup>th</sup> International scientific conference – Riga, Latvia, 17-18 December 2003.
5. The third International conference on Longevity, Ageing and Degradation models in Reliability, Medicine and Biology LAD2004 – St. Petersburg, Russia, 7-9 June 2004.
6. Fourth International conference on Mathematical Methods in Reliability MMR2004 – Santa Fe, New Mexico, USA, 21-25 June 2004.
7. Conference “Diagnosis of technical systems, numerical and physical non-destructive quality testing – 2004” – Vilnius, Lithuania, 23 April 2004.
8. Starptautiskā zinātniskā konference “Reliability and Statistics in Transportation and Communication RelStat’04” – Riga, Latvia, 14-15 October 2004.
9. Sixth international seminar on Recent research and design progress in aeronautical engineering and its influence on education – Riga, Latvia, 14-16 October 2004.
10. International Symposium on Stochastic models in reliability, safety, security and logistics – Beer Sheva, Israel, 16-18 February 2005.
11. International conference “Modelling and analysis of safety and risk in complex systems MASR2005” – St. Petersburg, Russia, 28 June – 1 July 2005.
12. The fifth International conference “Reliability and statistics in transportation and communication RelStat’05” – Riga, Latvia, 13-14 October 2005.
13. RTU 46<sup>th</sup> International scientific conference – Riga, Latvia, 13-15 October 2005.