

RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE
Elektronikas un Telekomunikāciju Fakultāte
Transporta elektronikas un telemātikas katedra

Sergejs ŠARKOVSKIS

Doktora studiju programmas "Transporta datorvadības, informācijas un elektronisko sistēmas" doktorants

**AUGSTSELEKTĪVU CIPARU FILTRU SINTĒZE AR UZDOTIEM
LAIKA RAKSTUROJUMA PARAMETRIEM**

Promocijas darba kopsavilkums

Zinātniskais vadītājs
Dr. habil. sc. ing., profesors

V. JEREMEJEVS

Rīga 2009

UDK 621.372.54.037.372(043.2)
Ša 630 a

Šarkovskis S. Augstselektīvu
ciparu filtru sintēze ar uzdotiem
laika raksturojuma parametriem.
Promocijas darba kopsavilkums.-
R.:RTU,2009.-52 lpp.

Iespiests saskaņā ar ETF promocijas padomes
"RTU P-08" 2008.gada 4.decembrī lēmumu,
protokols Nr.4

ISBN

PROMOCIJAS DARBS
IZVIRZĪTS INŽENIERZINĀTŅU DOKTORA GRĀDA IEGŪŠANAI
RĪGAS TEHNISKAJĀ UNIVERSITĀTĒ

Promocijas darbs inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai tiek publiski aizstāvēts 2009.g 16. aprīlī, plkst. 16:30, Rīgas Tehniskās Universitātes Elektronikas un Telekomunikāciju fakultātē, Āzenes ielā 12, 210 auditorijā.

OFICIĀLIE RECENZENTI

Profesors, Dr. sc. ing. Pēteris Misāns
Rīgas Tehniskā Universitāte

Dr. sc. ing. Andris Mednis
A/S "SAF Tehnika"

Dr. habil. comp. sc. Evalds Hermanis
Laboratorija "Vide"

APSTIPRINĀJUMS

Apstiprinu, ka esmu izstrādājis doto promocijas darbu, kas iesniegts izskatīšanai Rīgas Tehniskajā Universitātē inženierzinātņu doktora grāda iegūšanai. Promocijas darbs nav iesniegts nevienā citā universitātē zinātniskā grāda iegūšanai.

Sergejs Šarkovskis(Paraksts)

Datums:

Promocijas darbs ir uzrakstīts latviešu valodā, satur ievadu, 6 nodaļas, secinājumus, literatūras sarakstu, 3 pielikumus, 85 zīmējumus un ilustrācijas, kopā 152 lpp. Literatūras sarakstā ir 48 nosaukumi.

SATURS

SATURS.....	4
SAĪSINĀJUMI.....	5
APZĪMĒJUMI.....	5
DARBA VISPĀRĒJAIS RAKSTUROJUMS.....	6
DARBA GALVENĀS ZINĀTNISKĀS IZSTRĀDNES.....	13
1. Paplašinātās Džesa-Šuslera klases prototipu sintēze.....	13
2. Ciparu filtru sintēze ar speciālās klases pārvades funkcijām.....	21
2.1. Prototipu PF aprēķins ar kārtņām reālām saucēja saknēm.....	21
2.2. Filtru ar kārtņām reālām saknēm saucējā selektivitātes paaugstināšana.....	25
2.2.1. Pārraides nulļu pievienošana galīgās frekvencēs.....	25
2.2.2. Vispārēja metode PF skaitītāja veidošanai filtru selektivitātes paaugstināšanai....	28
2.2.2.1. Prototipu sintēze ar monotonu AFR caurlaides joslā.....	28
2.2.2.2. Prototipu sintēze ar nemonotonu AFR caurlaides joslā.....	32
2.3. CF sintēze, izmantojot regulāros filtru prototipus.....	34
3. Ciparu filtru ar speciālo struktūru sintēze.....	36
3.1. Ciparu filtri ar regulāro struktūru.....	37
3.1.1. Regulāro ciparu filtru aprēķina īpatnības.....	37
3.1.2. Polinomiālo bikvādu izmantošana regulāro ciparu filtru sintēzē.....	40
3.2. Divkanālu realizācija.....	42
3.2.1. Divkanālu polinomiālo ciparu filtru sintēzes īpatnības.....	43
SECINĀJUMI.....	47
LITERATŪRA.....	50

SAĪSINĀJUMI

Saīsinājums	Nosaukums (latviešu valodā)	Nosaukums (angļu valodā)
ABGT	Aditīvais Baltais Gausa Troksnis	Additive White Gaussian Noise
ACP	Analogciparu Pārveidotājs	Analog-to-Digital Converter
AFF	Augstfrekvenču Filtrs	High-Pass Filter
AFR	Amplitūdas-Frekvenču Raksturlīkne	Amplitude-Frequency Response
BIR Filtrs	Filtrs ar Bezgalīgu Impulsa Reakciju	Infinite Impulse-Response Filters
CAP	Ciparanalogu Pārveidotājs	Digital-to-Analog Converter
CF	Ciparu Filtrs	Digital Filter
DFT	Diskrētā Furjē Transformācija	Discrete Fourier Transform
FFR	Fāzes-Frekvenču Raksturlīkne	Phase-Frequency Response
GAL	Grupas Aiztures Laiks	Group Delay
GIR Filtrs	Filtrs ar Galīgu Impulsa Reakciju	Finite Impulse-Response Filters
IR	Impulsa Reakcija	Impulse Response
JF	Joslās Filtrs	Band-Pass Filter
LR	Laika Reakcija	Time Response
PF	Pārvades Funkcija	Transfer Function
PR	Pārejas Raksturlīkne	Step Response
VR	Vājinājuma Raksturlīkne	Attenuation Response (Loss Characteristic)
SC	Signālu Ciprapstrāde	Digital Signal Processing
SF	Sprostfiltrs	Stop-Band Filter
ZFF	Zemfrekvenču Filtrs	Low-Pass Filter

APZĪMĒJUMI

Apzīmējums	Raksturojums
$H(s)$	Analogā filtra pārvades funkcija
$H(\Omega)$	Amplitūdas-Frekvenču raksturlīkne
$a(\Omega)$	Vājinājuma raksturlīkne
$\Theta(\Omega)$	Fāzes-Frekvenču raksturlīkne
$G(\Omega)$	Grupas aiztures laiks
$h(t)$	Impulsa reakcija
$g(t)$	Pārejas raksturlīkne
H_{\min}	Minimālais AFR līmenis caurlaides joslā
H_{\max}	Maksimālais AFR līmenis sprostjoslā
A_{\min}	Minimālais vājinājuma līmenis sprostjoslā
A_{\max}	Maksimālais vājinājuma līmenis caurlaides joslā
$H(z)$	Ciparu filtra pārvades funkcija
Ω_1	Robežfrekvence
Ω_s	Kontroles frekvence

DARBA VISPĀRĒJAIS RAKSTUROJUMS

Tēmas aktualitāte

Signālu ciprapapstrādes metodes (turpmāk SC) kļūst ļoti pieprasītas, jo tās nomaina ne tikai analogās metodes tādās jomās kā

- radiosakari,
- telekomunikācijas,
- medicīna,
- u.c.,

bet ir arī pielietojamas daudzās jaunās nozarēs:

- attēlu apstrāde,
- divdimensiju signālu apstrāde,
- ciparu spektrālā analīze,
- runas atpazīšana un sintēze,
- derīgo izrakteņu izpēte,
- utt.

No visām metodēm, kuras lieto SC, centrālo vietu ieņem ciparu filtrācija. Ciparu filtrs (turpmāk CF) – ir ciparu sistēma, kuru var izmantot diskrēto signālu filtrācijai. CF var būt realizēts programmas vai aparātūras veidā. Ar tā palīdzību tiek veikta signāla apstrāde, kas rezultātā mērķtiecīgi maina tā spektrālo sastāvu. Parasti filtrs laiž cauri lietderīgā signāla spektrālās komponentes bez būtiskiem kropļojumiem un apslāpē nevēlamas komponentes, t.i. var secināt, ka ciparu filtrācijas pamatuzdevums ir signāla un trokšņa attiecības nepieciešams palielinājums.

Sintezējot BIR filtrus parasti izmanto analogos prototipus un, izmantojot pazīstamas transformācijas, iegūst ciparu filtra PF. Pirmā problēma, ar kuru sastopas izstrādātājs – prototipu meklēšana.

Neskatoties uz lielo literatūras daudzumu par CF [1], [2], [6], [7], [11], [16], [17], [18], [19], [21], [25], [28], [32], [33] lielākoties tajās tiek aprakstīti noteikto spektrālo sastāvdaļu selekcijas uzdevumi, t.i. prasības tiek izvirzītas tikai pret sintezējamā filtra AFR. Parasti piedāvā izmantot filtrus ar klasiskajām raksturlīknēm BIR filtru sintēzei.

Ja izstrādātājam ir uzdevums saglabāt radioimpulsa signāla apliecēju vai izveidot noteiktas formas impulsus, tad parasti rekomendē izmantot Beseļa (Bessel) filtrus vai filtrus ar kāpināta kosinusa tipa frekvenču raksturlīkni. Tomēr šādu filtru selektīvās īpašības ir ļoti

vājas, un tādējādi to izmantošana kļūst visai problemātiska dažādās datu pārraides sistēmās, piemēram, kanālu frekvenčdale. Līdz ar to signāla un trokšņa attiecība filtra izejā var arī neapmierināt uzdotas stingras prasības.

Pastāv mazpazīstama prototipu klase, kura atbilst minimālo LR kropļojumu prasībām un augstai selektivitātei. Pirmo reizi šī klase tiek pieminēta vācu zinātnieku Džesa (Jess) un Šuslera (Schüssler) darbā [5]. Nepieciešams atzīmēt šo prototipu dažas īpašības:

- ekstremāli zems laika raksturlīkņu pulsācijas līmenis,
- augsta selektivitāte,
- AFR ir neparasta forma caurlaides joslā.

Vēlāk filtru sintēzes problēmu ar uzdotām prasībām pret raksturlīknēm frekvenču un laika apgabalos pētīja izcilais Krievijas zinātnieks A. Lanē (Ланне) [30]. Viņš ir formulējis pētāmo problēmu šādā veidā: starp zemo frekvenču analogajiem filtriem ar uzdoto pulsācijas līmeni pārejas raksturlīknei (PR) vai impulsa reakcijai (IR) atrast tādus, kurām PR kāpumlaiks vai IR galvenās lapiņas platums būs vismazākais (potenciālas IR vai PR). A. Lanē arī ir atklājis AFR un FFR formas, kuras raksturo optimālos dotā uzdevuma risinājumus – AFR caurlaides joslā, sākot ar vieninieku, monotoni samazinās līdz kontroles frekvencei, kuras tuvumā tiek novērots teorētiski bezgalīgs uzsitums. FFR caurlaides joslā ir frekvences lineāra funkcija. Ir interesanti, ka kopā ar Džesu un Šusleru, Lanē ir sadalījis filtrus ar potenciālām IR un PR.

Diemžēl uz doto brīdi nepastāv analītiskās metodes Džesa un Šuslera prototipu sintēzei. Savā rakstā zinātnieki parāda pārvades funkciju (PF) koeficientu tabulas tikai līdz 7. kārtai. Koeficientu meklēšana tika veikta ar analogajām skaitļošanas mašīnām, tas garantē precizitāti piecas zīmes aiz komata. Pie šāda koeficientu pozīciju skaita šaurjoslu vai augstselektīvu ciparu filtru sintēze būtiski apgrūtināta, jo AFR atveidošanas precizitāte ne vienmēr ir pietiekama. Gribētos paplašināt šo prototipu klasi un sintezēt augstāku kārtu filtrus ar citām prasībām attiecībā pret LR un AFR.

Darbos [5], [30], [31], diemžēl, ir apskatīti tikai analogie prototipi. Cita problēma – kā sintezēt ciparu filtru, izmantojot analogu prototipu, ar minimāliem laika un frekvenču raksturlīkņu kropļojumiem.

BIR filtru sintēzei, izmantojot analogu prototipu, pielieto trīs z-transformācijas tipus:

- standarta z-transformācija,
- saskaņotā z-transformācija un
- bilineārā z-transformācija.

Kā parādīts [1], [7], [16], [17], [25], [28], [34] pirmās divas transformācijas nav lietderīgi pielietot, tāpēc ka tās dod AFR kropļojumus, īpaši AFCF un ciparu SF sintēzē [34]. Bilineārās transformācijas izmantošana ļauj veikt AFR parametru kontroli. Tomēr šajā gadījumā analoga prototipa laika raksturlīknes, kā arī FFR un GAL netiek atveidoti bez kropļojumiem. Šie kropļojumi nav pieļaujami gadījumos, kad līdzās uzdotai frekvenču selektivitātei nepieciešams saglabāt arī apstrādājamā signāla formu filtra izejā. Tādos svarīgos gadījumos efektīvas sintēzes procedūras neeksistē. Kā jau tika minēts, to skaidro ar to, ka zināmās projektēšanas metodes kontrolē vai nu tikai AFR parametrus (bilineāra transformācija), vai nu laika raksturlīknes (standarta un saskaņotā z-transformācija). Tomēr, kā parādīts promocijas darbā 2. nodaļā, tieši Džesa un Šuslera klases prototipus var pielietot ciparu filtru sintēzei, jo šādā gadījumā laika raksturlīkņu kropļojumi ir vairākumā gadījumos nenozīmīgi vai tos ir iespējams koriģēt ar aprēķināta CF koeficientu optimizācijas procedūru.

Tādējādi ciparu filtru projektēšanas uzdevums ir dalāms trīs posmos: prototipa sintēze, izmantojot optimizācijas procedūras, bilineārās z-transformācijas lietošana ciparu filtra iegūšanai un ciparu filtra optimizācija (nepieciešamības gadījumā) raksturojošo vērtību iegūšanai noteiktajās robežās.

Tādā gadījumā jāsintezē prototipu ar nepieciešamiem AFR parametriem un vienu no izvēlētajiem LR. Lai izmantotu optimizācijas procedūras, katrai filtra raksturlīknei nepieciešams pareizi izveidot aditīvas mērķa funkcijas, kuru summa kopā ar izvēlētu svaru optimizācijas procesā tiek minimizēta. Tajā skaitā mērķa funkciju veidošanai jānosaka sods par reālu raksturlīkņu novirzēm no vajadzīgām raksturlīknēm vienlaicīgi kā frekvenču, tā arī laika apgabalos. Tā kā katrai raksturlīknei piemīt parametru kopums, kuri arī to nosaka (piemēram, AFR robežfrekvence un taisnstūrības koeficients), tad rezultātā iegūstam dažas frekvenču mērķa funkcijas katrai raksturlīknei un katram parametram.

Optimizācijas procesā tiek variēti prototipa pārvades funkcijas koeficienti $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)$, kur koeficientu skaits parasti tiek noteikts ar tās skaitītāja un saucēja kārtu. Nepieciešams formulēt vienotu summārās kļūdas kritēriju divos apgabalos: frekvenču un laika. To ir grūti pamatot teorētiski, jo formulējamās prasības visbiežāk ir pretrunā viena otrai. Mērķa funkcijas sasniedz minimumu pie dažādām $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_K)$ vērtībām, tātad, rodas jautājums, nevis kā atrast optimālo risinājumu, bet kas ir optimālais risinājums. Te mēs sastopamies nevis ar tehniskām, bet konceptuālām grūtībām. Rezultātā iegūstam tipisku daudzkritēriju lēmuma pieņemšanas uzdevumu noteiktības apstākļos [38]. Pastāv dažas tā risināšanas metodes. Piemēram, reālu raksturlīkņu novirzēm no uzdotām raksturlīknēm var noteikt dažādu svaru. Lielākais svars atbilst lielākajam katras raksturlīknes novirzes

ieguldījumam izveidotā mērķa funkcijā. Tādā veidā, optimālu raksturlīkņu iegūšana ir saistīta ar vislabāko svaru izvēli, kuru var izvēlēties vai nu heuristiski, vai nu ar speciālām adaptīvām procedūrām.

Eksperimentu gaitā, sintezējot Džesa-Šuslera prototipus ar optimizācijas procedūru palīdzību, tika noskaidrota PF $H(s)$ polu lokalizācijas īpašība. Uz šī pamata tika izstrādāta jauna prototipu klase ar kārtņām saknēm PF saucējā. Kārtņu sakņu nodrošināšana augstselektīvu prototipu sintēzei ar uzdotiem laika raksturlīkņu parametriem deva interesantus rezultātus. Pirmkārt, šādus prototipus ir daudz vieglāk sintezēt, jo samazinās variējamo parametru skaits. Otrkārt, izmantojot šādu pieeju, var iegūt filtrus ar ekstremāli zemām LR pulsācijām (līdz pat 0%), pie tam tiek garantēta nepieciešama nomākšana sprostjoslā. Treškārt, šāda pieeja ļāva iegūt sistēmas ar lieliskiem stabilitātes rādītājiem. Četrkārt, ir daudz vieglāk realizēt aprēķinātu pēc šāda prototipa CF, tāpēc kā tā struktūrā tiek garantēta vienādu posmu izmantošana.

Kā jau tika atzīmēts, aprēķinātais CF pēc prototipiem ar kārtņām saknēm PF saucējā satur savā struktūrā regulāros posmus. Tāpēc arī parādījās ideja, izmantojot regulāros posmus, sintezēt filtrus uzreiz ciparu formā. Pēc būtības, regulārie ciparu filtri sastāv no secīgi savienotiem otrās kārtas posmiem (bikvādiem), kuri var būt identiski, un tātad PF šādiem filtriem var būt kārtņas saknes, kā skaitītājā, tā arī saucējā. Šādai pieejai ir daudz priekšrocību:

1. Optimizācija tiek veikta vienu reizi un uzreiz ciparu realizācijā.
2. Zināms, ka CF sintēzē, pat izmantojot polinomiālu prototipu, sintezējamā filtra rezultējošai pārvades funkcijai skaitītājā būs polinoms. Sintēze diskrētā apgabalā dod iespēju iegūt polinomiālus ciparu filtrus, kuriem pēc vēlēšanās var pievienot jebkuru nulļu skaitu selektivitātes paaugstināšanai. Šāda pieeja ļauj būtiski samazināt koeficientu daudzumu ciparu filtra PF skaitītājā.
3. Regulārus CF vieglāk realizēt.
4. Tie mazāk jutīgi pret kvantēšanu, nekā plaši zināmās realizācijas.

Izmantojot doto struktūru, var iegūt kā filtrus ar noteiktām laika raksturlīknēm (I tips), tā arī filtrus ar uzdotām frekvenču raksturlīknēm (II tips).

Cita interesanta CF sintēzes pieeja ir divkanālu realizācija. Šajā gadījumā izmanto divu polinomiālu ciparu struktūru paralēlu savienojumu. To savienošanas rezultātā rodas vajadzīgas pārvades funkcijas nulles galīgās frekvencēs, kas būtiski palielina selektivitāti. Pie tam dažreiz izdodas arī samazināt saskaitīšanu skaitu, kā arī reizinātāju daudzumu gandrīz divkārt.

Darba pamatmērķi formulēsim sekojošā veidā – izstrādāt augstselektīvu BIR filtru sintēzes metodi ar uzdotiem amplitūdas-frekvenču un laika raksturlīkņu (impulsa vai pārejas) parametriem.

Tiek risināti šādi uzdevumi:

- mērķa funkciju veidošanas metožu izstrāde atkarībā no prasībām, kas tiek izvirzītās attiecībā pret filtra raksturlīknēm,
- jaunās prototipu klases izstrāde ar minimālo jutīgumu attiecībā pret koeficientu nošķelšanu, ar minimālo laika raksturlīkņu pulsāciju līmeni,
- efektīvas projektējamo CF realizācijas izstrāde.

Zinātniskie rezultāti un jauninājumi.

- 1) Izveidota augstselektīvu CF sintēzes metodika ar uzdotiem laika raksturlīkņu parametriem, izmantojot optimizācijas procedūras.
- 2) Izstrādāta jauna prototipa koncepcija ar kārtņām saknēm PF saucējā. Dotā pieeja ļauj iegūt augstselektīvus BIR filtrus ar ekstremāli zemām laika raksturlīkņu pulsācijām (zemāk par 1%).
- 3) Izstrādāta jauna CF klase ar regulāru struktūru. Izmantojot šādu struktūru un optimizācijas metodes, var daudz vieglāk sintezēt CF, kuru raksturlīknēm nav sliktāki parametri pēc kvalitātes par klasisko filtru raksturlīknēm. Regulāro filtru realizācija ļauj samazināt koeficientu skaitu, kuri glabājas ROM atmiņā, un ir ievērojami mazāk jutīga pret kvantēšanas efektiem.
- 4) Apskatīta CF sintēze, izmantojot divkanālu realizāciju, kas būtiski samazina saskaitīšanas un reizināšanas operāciju skaitu.

Praktiskā nozīme.

Iegūtos rezultātus var rekomendēt radioelektroniskas, telekomunikāciju un medicīnas sfērās, tur, kur ir vajadzīgi minimāli uztveramo signālu un apstrādājamo signālu formas kropļojumi. Pielikumos ir dotas tabulas ar darba gaitā iegūtiem prototipiem dažādām A_{\min} un δ vērtībām, kuras var izmantot CF sintēzei. Datus no tabulām var izmantot arī kā sākuma tuvinājumus optimizācijas procedūrām, ja ir vajadzīgas jaunas raksturlīknes, kurām nav atbilstošu tabulu. Tas daudzkārt atvieglos un paātrinās optimizāciju. Iegūtās CF struktūras ļauj samazināt vajadzīgos realizācijas resursus (saskaitīšanas un reizināšanas operācijas), kas dod lielu ātrdarbības pieaugumu. Izstrādāto struktūru izmantošana tiek rekomendēta CF sintēzei ar uzdotiem kā laika, tā arī frekvenču raksturlīkņu parametriem.

Promocijas darba autors aizstāvēšanai izvirza sekojošas tēzes:

1. BIR filtru sintēzei ar uzdotiem laika un frekvenču raksturlīkņu parametriem ieteicams izmantot Džesa-Šuslera prototipus. Tā kā uz promocijas darba uzrakstīšanas laiku prototipu skaits, kas dots literatūrā, bija redzami nepietiekams, prototipu klase tika paplašināta ar optimizācijas metožu palīdzību.
2. Nepastāv analītiskas metodes BIR filtru sintēzei, kas saglabātu raksturlīkņu parametrus divos apgabalos. Dažas metodes ļauj kontrolēt vai nu tikai frekvenču, vai nu tikai laika raksturlīknes. Darbā tiek rekomendēts pielietot bilineāro z-transformāciju un tai sekojošu optimizāciju ar kropļojumu, kurus ienesusi bilineāra transformācija, kompensāciju.
3. Sistēma, kuras PF saucējam ir tikai reālas saknes, būs maksimāli selektīva tikai to kārtņības gadījumā. Kārtņie poli ļauj sintezēt superrobustus prototipus, kuru raksturlīkņu jutība pret PF koeficientu noapaļošanu samazinās palielinoties filtra kārtai. LR nesatur pulsācijas. BIR filtri, kas iegūstami uz regulāro prototipu bāzes ir mazjutīgi pret koeficientu kvantēšanas efektiem.
4. Lietojot pārvades nulles, var manāmi paaugstināt jauno prototipu selektivitāti. Formējot PF skaitītāju, var iegūt kā monotonas AFR caurlaides joslā, tā arī vienādviļņu. Mainot zīmi PF saucēja koeficientiem pie mainīgā s nepāru pakāpēm, var iegūt filtrus ar vienu AFR, bet dažādām LR.
5. Sintezējot BIR filtrus uzreiz ciparu veidā, var izmantot identisko bikvādu virknes slēgumu. Tāda pieeja ļauj samazināt to koeficientu skaitu, kas glabājas procesora ROM atmiņā, kā arī samazināt raksturlīkņu jutību pret kvantēšanas efektiem. Cita pieeja – polinomiālo bikvādu divkanālu slēgums, kas ļauj divkārt samazināt summatoru un reizinātāju skaitu, salīdzinot ar standarta realizācijām.

Aprobācija

Promocijas darba galvenie rezultāti tika nolasīti uz apspiesti:

- 1) The 4th international conference „RELIABILITY and STATISTICS in TRANSPORTATION and COMMUNICATION (*RelStat'04*)”, Rīga, Latvija, 2004. gada 14.-15. oktobrī

- 2) The 5th international conference „RELIABILITY and STATISTICS in TRANSPORTATION and COMMUNICATION (*RelStat'05*)”, Rīga, Latvija, 2005. gada 13.-14. oktobrī
- 3) The 6th international conference „RELIABILITY and STATISTICS in TRANSPORTATION and COMMUNICATION (*RelStat'06*)”, Rīga, Latvija, 2006. gada 25.-28. oktobrī
- 4) The 11th international conference “Electronics’ 2007”, Kauņa, Lietuva, 2007. gada 15.-17. maijā
- 5) The 48th RTU international conference, Rīga, Latvija, 2007. gada 11.-13. oktobrī

Kopumā tika publicēti septiņi zinātniskie raksti dažādos zinātniskos izdevumos:

- 1) Еремеев В., Сипченко Д., Шарковский С. Синтез высокоизбирательный цифровых фильтров по частотным и временным характеристикам. // *Transport and Telecommunication*. – 2005. – Vol. 6, Nr. 3. – 417-430 с.
- 2) Еремеев В., Шарковский С., Шевчик А. Переходные характеристики высокоизбирательных цифровых фильтров с линеаризованными ФЧХ. // *Transport and Telecommunication*. – 2006. – Vol. 7, Nr. 4. – 29-34 с.
- 3) Еремеев В., Шарковский С. Синтез высокоизбирательных цифровых фильтров с минимальным числом умножителей и сумматоров. // *Transport and Telecommunication*. – 2006. – Vol. 7, Nr. 4. – 35-41 с.
- 4) Yeremeyev V., Sharkovsky S. Modeling and characteristics of self similar systems with high quality filtration. (In Russian) // *Proceedings of the 6th International Conference RELIABILITY and STATISTICS in TRANSPORTATION and COMMUNICATION (RelStat-06)*. – Riga: 2006. – 296-301 p.
- 5) Yeremeyev V., Sharkovsky S. The synthesis of high selective digital filters based on the two-channel realization. // *Telecommunications and Electronics*. – 2006. – Vol. 6, Ser. 7. – 12-15 p.
- 6) Sharkovsky S. Design of regular digital filters with specified time characteristics // *Electronics and Electrical Engineering*. – Kaunas: Technologija, 2007. – Nr. 6(78). – 25-28 p.
- 7) Sharkovsky S. The influence of the effect of quantization of digital regular filters coefficients on time and frequency characteristics. // *Telecommunications and Electronics*. – 2007. – Vol. 7, Ser. 7. – 33-35 p.

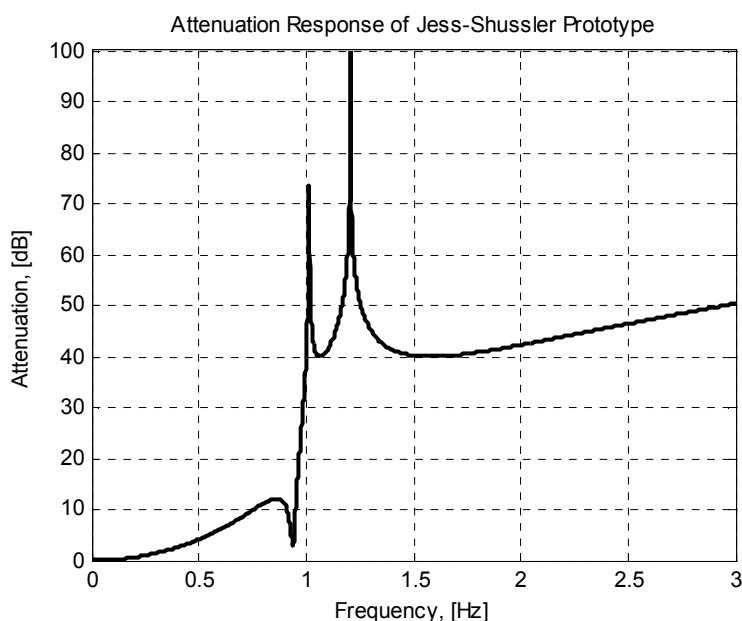
DARBA GALVENĀS ZINĀTNISKĀS IZSTRĀDNES

1. PAPLAŠINĀTĀS DŽESA-ŠUSLERA KLASES PROTOTIPU SINTĒZE.

BIR filtru sintēzei parasti izmanto analogo prototipu ar PF $H(s)$ un pielieto vienu no pazīstamām transformācijām, lai iegūtu ciparu filtra PF $H(z)$.

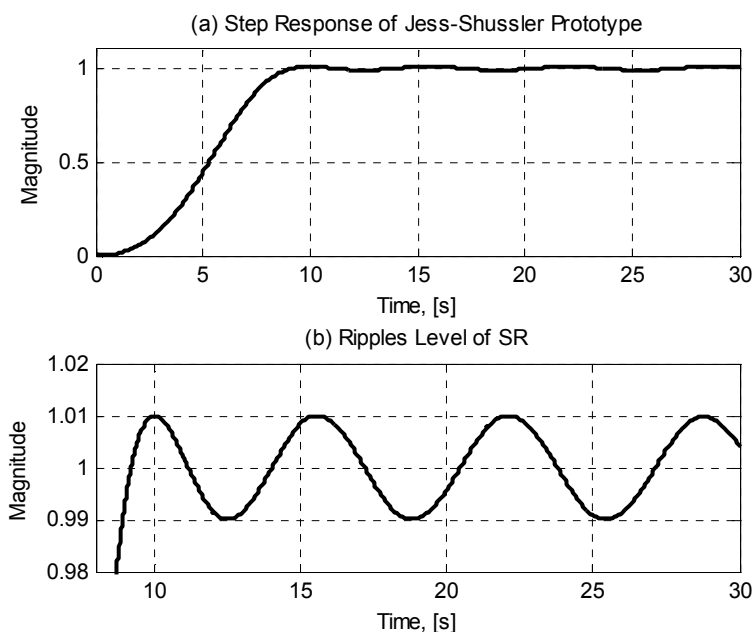
Ja nepieciešams izdalīt noteiktas signāla spektrālās sastāvdaļas un nomākt citas, rekomendē izmantot plaši pazīstamus filtrus ar klasiskām raksturlīknēm (Čeбишев (Чебышев), Batervorta (Butterworth), eliptiskās). Ja prasības tiek izvirzītas pret LR, visbiežāk iesaka izmantot Beseļa filtrus, kuru selektivitāte diemžēl ļoti zema [1], [34]. Sintēzes uzdevums gadījumā, kad prasības tiek izvirzītas kā frekvenču, tā laika apgabalos, kļūst visai sarežģīts, jo šīs prasības bieži izrādās pretrunīgas.

Pagājušā gadsimta sešdesmitajos gados par augstselektīvo filtru sintēzes problēmu ar optimālām LR ieinteresējās vācu zinātnieki Džes un Šuslers (A.Lanē [30] gan atzīmē, ka raksturlīkņu optimalitāte nav pierādīta). 1965. gadā nācis klajā viņu kopējais raksts [5], kurā pirmo reizi bija aprakstīta jauna prototipu klase. To AFR $H(\Omega)$ pie $\Omega = 0$ vienāda vieniniekam, tālāk patvaļīgi mainās līdz kontrolfrekvencei $\Omega_s = 1$ un aiz tās nenolaižas zemāk nekā 0.01. Parādīsim septītās kārtas Džesa-Šuslera prototipa VR.



1.1. att. 7. kārtas Džesa-Šuslera prototipu vājinājuma raksturlīknes

Prototipu vērtīgums ir tajā apstākļi, ka tiem piemīt ļoti mazas LR pulsācijas un vismazākais kāpumlaiks pie fiksētiem pārējiem parametriem. Darbos [5], [30], [31] ir demonstrēti prototipi ar LR pulsācijām līdz 1%. Parādīsim prototipa no iepriekšējā piemēra PR.



1.2. att. 7. kārtas Džesa-Šuslera prototipu PR

Svarīgi atzīmēt, ka Džes un Šuslers (vēlāk arī A. Lanē) dalīja prototipus ar optimālām LR un PR.

Darbu rezultāti, kas veltīti šo prototipu sintēzei, tika publicēti pagājušā gadsimta sešdesmitajos gados [5]. Tā kā analītisku metožu šo prototipu PF aprēķinam nav, sintēze tika veikta ar optimizācijas procedūru palīdzību, pielietojot analogās skaitļošanas mašīnas. Tādēļ iegūto filtru koeficienti aprobežojās ar 5-6 zīmēm aiz komata. Prototipu vājinājuma raksturlīknes sprostjoslā nepārsniedz 40dB, bet LR pulsāciju līmenis nav zemāks par 1%, kas var izrādīties nepietiekami dažos gadījumos. Ņemot vērā augšminēto, radās ideja paplašināt Džesa-Šuslera prototipu klasi.

Viens no sintezējamā prototipa modeļa konstruēšanas veidiem – uzdot koridorus filtra raksturlīknēm un formulēt sodus par šo koridoru robežu pārkāpšanu. Džesa-Šuslera prototipu sintēzes gadījumā tādas raksturlīknes būs AFR un viena no LR [22], [23]. Mērķa funkcija šajā gadījumā sastāvēs no divām daļām, katra no kurām noteiks sodu vienai no raksturlīknēm. Optimālā risinājuma izvēlē izmantosim lineārās izsvērtās kompozīcijas metodi [38]. Tādā gadījumā mērķa funkcija būs sekojoša:

$$F(\mathbf{x}) = \alpha f_1(\mathbf{x}) + (1 - \alpha) f_2(\mathbf{x}), \quad (1.1)$$

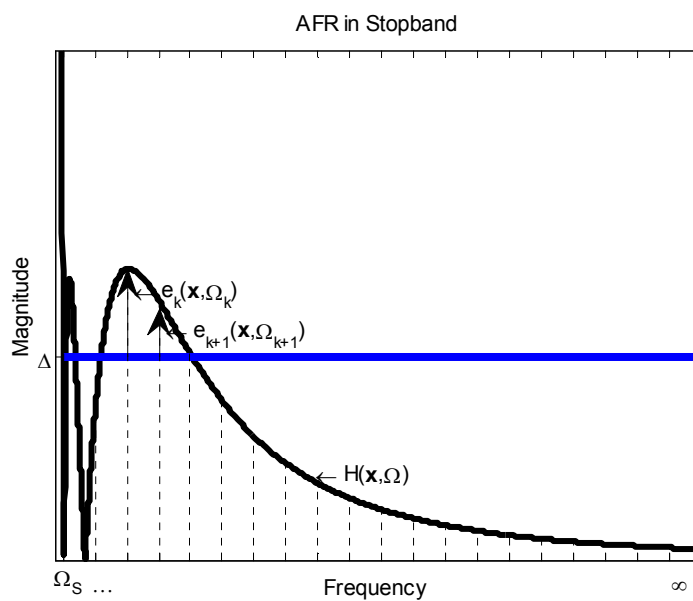
kur \mathbf{x} – PF koeficientu vektors, $F(\mathbf{x})$ – mērķa funkcija, α – svara koeficients. Funkcija $f_1(\mathbf{x})$ nosaka sodu par AFR, bet $f_2(\mathbf{x})$ – par LR. Uzdosim AFR koridoru Δ (vai H_{\max}) (1.3. att.). Tad

$$f_1(\mathbf{x}) = [1 - H(\mathbf{x}, 0)] + \left[\sum_{k=1}^{\infty} |e_k(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q}, \quad (1.2)$$

kur $H(\mathbf{x}, 0)$ – AFR vērtība pie $\Omega = 0$, e_k – kļūda frekvencē Ω_k

$$e_k(\mathbf{x}) = e(\mathbf{x}, \Omega_k) = H(\mathbf{x}, \Omega) - \Delta, \quad (1.3)$$

pie $k \in [1, \infty)$, t.i. sprostjoslā un q – vesels skaitlis.



1.3. att. AFR kļūdas formulējums sprostjoslā.

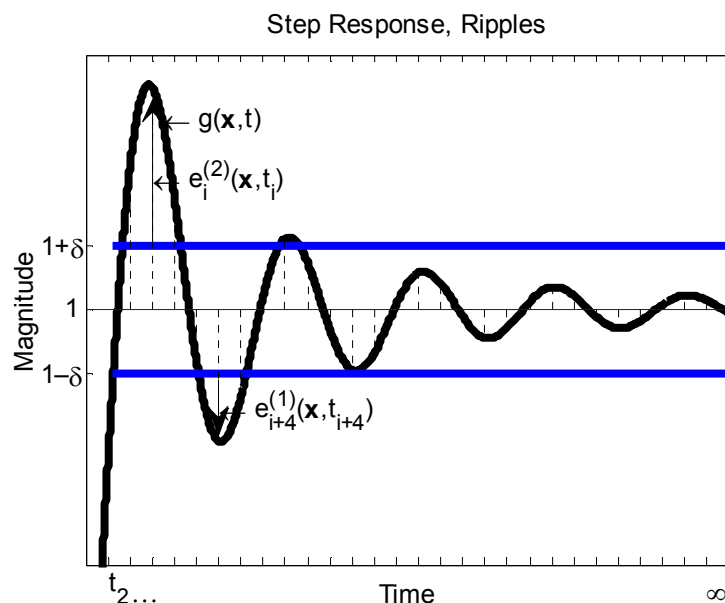
Pārejas raksturlīknei $g(t)$ uzdosim pulsāciju līmeņa robežas $1 - \delta$ un $1 + \delta$. Noteiksim šo robežu pārkāpšanas kļūdas (1.4. att.).

$$e_i^{(1)}(\mathbf{x}, t_i) = (1 - \delta) - g(\mathbf{x}, t_i) \quad (1.4)$$

pie $g(\mathbf{x}, t_i) < (1 - \delta)$ un

$$e_i^{(2)}(\mathbf{x}, t_i) = g(\mathbf{x}, t_i) - (1 + \delta) \quad (1.5)$$

pie $g(\mathbf{x}, t_i) > (1 + \delta)$.



1.4. att. PR kļūdu veidošana

Sastādīsim LR funkcijas augšējai un apakšējai robežām

$$f_{21}(\mathbf{x}) = \left[\sum_{i=t_2}^{\infty} |e_i^{(1)}(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q} \quad (1.6-a)$$

$$f_{22}(\mathbf{x}) = \left[\sum_{i=t_2}^{\infty} |e_i^{(2)}(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q} \quad (1.6-b)$$

un rezultējošo funkciju $f_2(\mathbf{x}) = f_{21}(\mathbf{x}) + f_{22}(\mathbf{x})$, kur δ – pulsāciju līmenis, t_2 – sākumpunkts, kuru nosaka kāpumlaiks.

Stabils filtrs saucējā satur Hurvica (Hurwitz) polinomu. Atbilstoši ierobežojumi formulēti koeficientu vektoram.

Rezultātā iegūstam skalārās funkcijas $F(\mathbf{x})$ minimuma meklēšanas uzdevumu tās argumenta vērtību kopumā, kuras apmierina sekojošus ierobežojumus.

$$F(\mathbf{x}) \rightarrow \min, \text{ pie } c(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (1.7)$$

kur ierobežojums $c(\mathbf{x})$ nosaka Hurvica polinomu PF saucējā, t.i. visas polinoma saknes atrodas mainīgā s kreisajā pusplaknē (fundamentāls stabilitātes kritērijs). $c(\mathbf{x})$ nodrošina $\text{Re}(p_1, \dots, p_n) \leq 0$, kur $p_{1..n}$ – PF poli. Ja tiek optimizēta PF reizinātāju formā, t.i. sadalīta otrās kārtas reizinātājos, tad var izmantot Rausa-Hurvica kritēriju. Visiem tādu saucēja reizinātāju koeficientiem jābūt atšķirīgiem no nulles, un jābūt ar vienu zīmi. Tāpat arī var ievest dažus ierobežojumus pārvades nullēm. Pieņemam, ka tie atradīsies aiz kontroles frekvences (prototipam – aiz 1).

Vispārīgā gadījumā, uzdevums (1.7) ir nelineāras optimizācijas uzdevums ar ierobežojumiem. Par uzdevuma (1.7) atrisinājumu sauksim mērķa funkcijas lokālā minimuma punktu, kas apmierina ierobežojumus [20], [39]. Kaut gan lielāku interesi izraisa globālais minimums, tomēr, lokālās optimizācijas metodes kopā ar lēmuma pieņemšanas algoritmiem, kuri ir izmantoti dotajā darbā, rezultātā dod apmierinošu rezultātu.

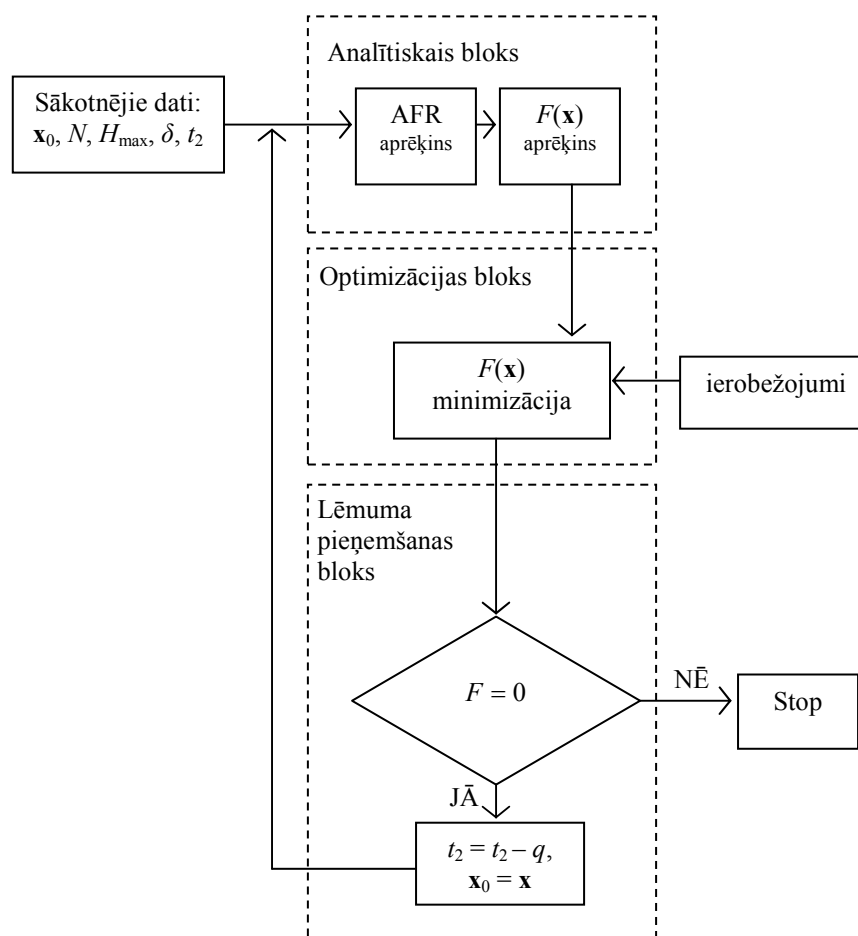
Lokālā minimuma atrašanas metodes ir labi realizētas MATLAB paketē. Uzdevuma (1.7) risināšanai izmanto funkciju *fmincon* [8], kas atrod minimumu vairāku mainīgu skalārai funkcijai ar ierobežojumiem.

Var izmantot arī citas funkcijas, piemēram, *fminsearch* [9], kurā ir realizēta modificēta simpleksa metode. Šī funkcija ir labi piemērota nelielu apjomu optimizācijas uzdevumiem, gala rezultāts ir mazāk atkarīgs no koeficientu vektora sākuma vērtību izvēles. Tomēr, kad vektora \mathbf{x} izmērs ir pietiekami liels, optimizācijas process var aizņemt pārāk daudz laika. Jāatzīmē, ka šajā gadījumā ierobežojumi būs jāievada papildus, jo pašā funkcijā tie nav paredzēti.

PF (\mathbf{x} vektora) koeficientu sākuma vērtības var izvēlēties tādas pašas, kā filtriem ar klasiskām raksturlielēm. Svara koeficients α tiek izvēlēts no praktiskiem apsvērumiem. Principā, konkrētajam uzdevumam jāizvēlas savs α koeficients. Laiks t_2 jau iepriekš tiek izvēlēts pietiekami liels, rezultātā tiks veiksmīgi izpildīta optimizācija, pēc kā t_2 samazinās par noteiktu lielumu un optimizācija tiek sākota no jauna. Optimizācijas process ir pabeigts, ja pie kārtējās t_2 samazināšanas, neizdodas iegūt mērķa funkciju (1.1), kas ir vienāda nullei.

Lēmuma pieņemšanas vienkāršotais algoritms

- 1) Ir uzdots: koeficientu sākuma vērtības \mathbf{x}_0 , H_{\max} un δ , PF skaitītāja un saucēja pakāpe, kontroles frekvence $\Omega_S = 1$.
- 2) Optimizācijas process. Vektora \mathbf{x} koeficientu variēšana un mērķa funkcijas (1.1) aprēķins.
- 3) $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}$. Ja $F(\mathbf{x}) = 0$, tiek izpildīts 4.solis. Citādi – izeja.
- 4) t_2 samazināšana. Iegaumējam vektoru \mathbf{x} . Tiek izpildīts 2.solis.



1.5. att. Vienkāršotā algoritma blokshēma

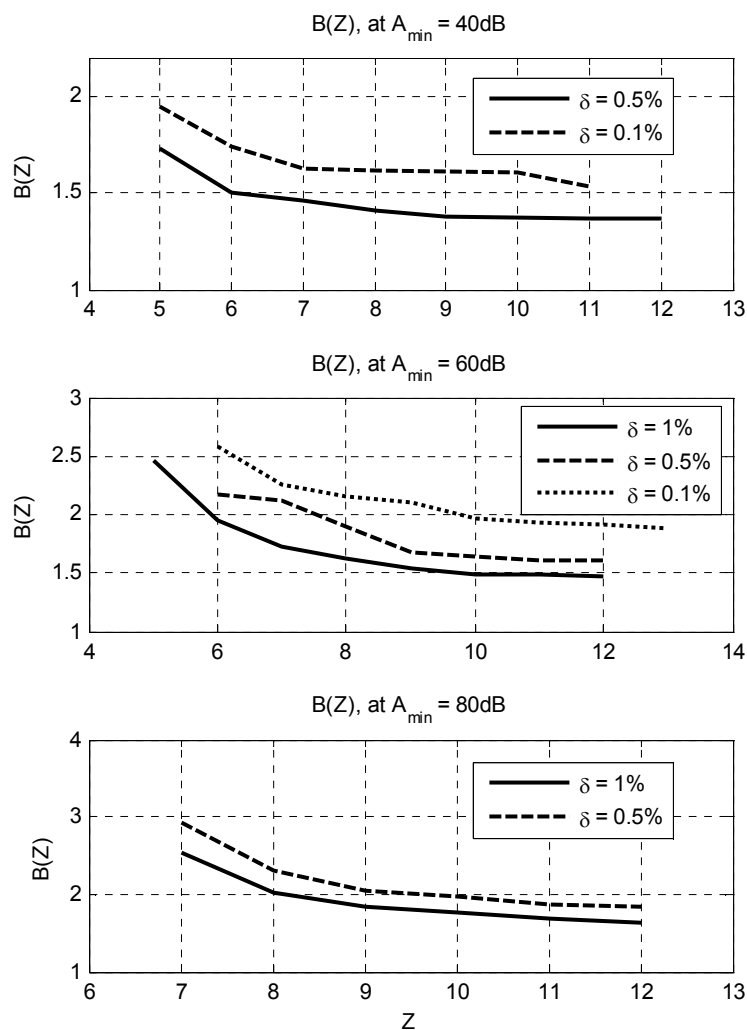
Darba gaitā ir iegūtas jaunas dažādu kārtu prototipu tabulas ar $\delta = 0.1\%$, 0.5% un 1% un $A_{\min}=40\text{dB}$, 60dB , 80dB . Attēlosim palīgkoeficienta B (filtra bāze [30], [31]) atkarību dažādiem δ un A_{\min}

$$B = \mathcal{J}_s, \quad (1.8)$$

kur prototipiem $f_s = \frac{1}{2\pi}$ un τ – kāpumlaiks, no tā sarežģītības

$$Z = N + M/2, \quad (1.9)$$

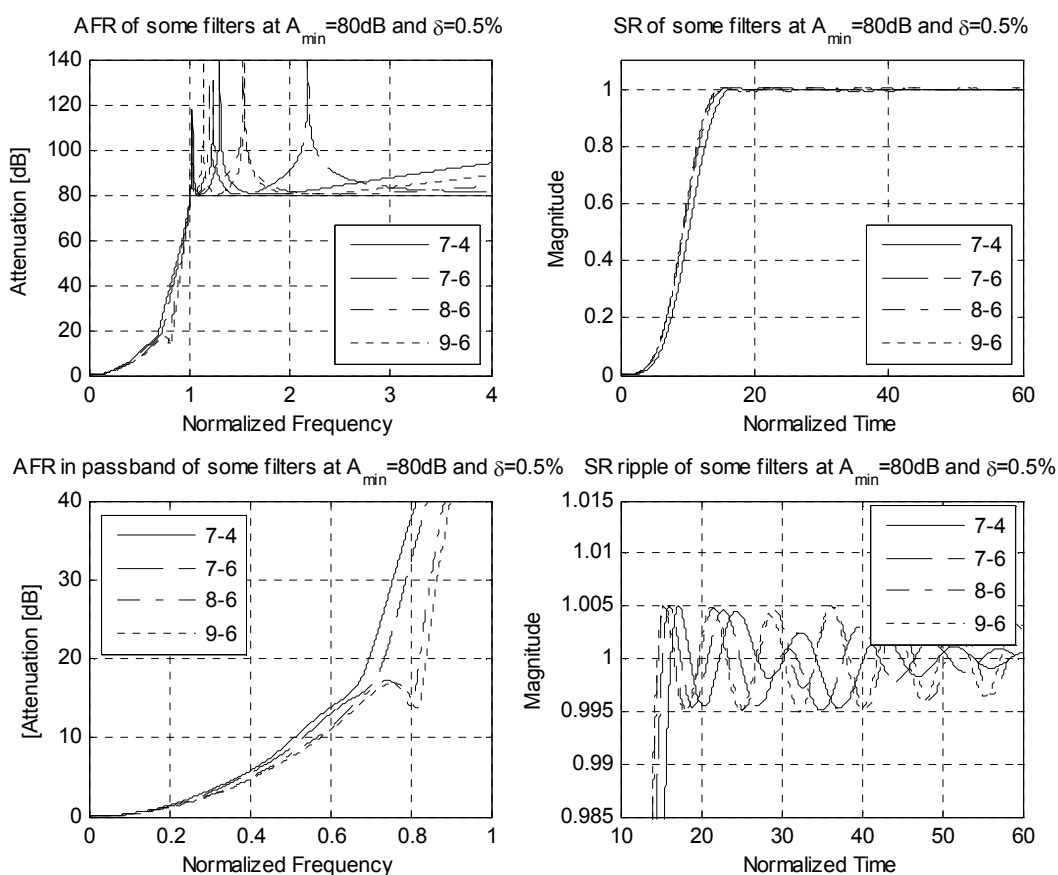
kur N – saucēja kārtā un M – skaitītāja kārtā.



1.6. att. Filtra bāzes atkarība no sarežģītības pie dažādiem δ un A_{\min}

Analizējot 1.6. att., var secināt, ka $\delta = 0.5\%$ un $A_{\min} = 40\text{dB}$ gadījumā, optimāla filtra sarežģītība ir 8-9, jo tālākais palielinājums noved pie niecīgas bāzes rādītāja samazināšanās. Pie $\delta = 0.1\%$ un $A_{\min} = 40\text{dB}$ var izvēlēties sarežģītību $Z = 7$. Pie $A_{\min} = 60\text{dB}$ optimālais $Z = 9-10$. $A_{\min} = 80\text{dB}$ gadījumā filtra sarežģītība var būt 10 un lielāka.

Attēlosim dažu prototipu frekvenču un laika raksturlīknes.



1.7. att. Raksturlīknes pie $A_{\min} = 80\text{ dB}$ un $\delta = 0.5\%$

Analizējot raksturlīknes (1.7. att.), var secināt, ka izdevās iegūt filtrus, kas atbilst noteiktajām prasībām gan frekvences, gan laika raksturlīkņēm.

Kā jau tika atzīmēts, BIR filtru sintēzē ar bilineārās z-transformācijas metodi, notiek laika raksturlīkņu kropļojumi. Šo kropļojumu novēršanai var atkal izmantot optimizācijas procedūras raksturlīkņu koriģēšanai. Tāda gadījumā mērķa funkcija tiek formulēta sekojošā veidā:

$$f_1(\mathbf{x}) = [1 - H(\mathbf{x}, 0)] + \left[\sum_{k=\tilde{\Omega}_s}^1 |e_k(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q}, \quad (1.10)$$

kur $e_k(\mathbf{x}) = e(\mathbf{x}, \tilde{\Omega}_k)$, $\tilde{\Omega}$ – normēta ciparu frekvence un \mathbf{x} – PF CF koeficientu vektors.

$$f_{21}(\mathbf{x}) = \left[\sum_{n=n_2}^{\infty} |e_n^{(1)}(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q}, \quad (1.11-a)$$

$$f_{22}(\mathbf{x}) = \left[\sum_{n=n_2}^{\infty} |e_n^{(2)}(\mathbf{x})|^q \right]^{1/q}, \quad (1.11-b)$$

kur $e_n^{(1)} = (1 - \delta) - g(n)$, pie $g(n) < (1 - \delta)$, $e_n^{(2)} = g(n) - (1 - \delta)$, pie $g(n) > (1 + \delta)$ un n – laika nolases, n_2 – PR kontroles punkts.

Izveidosim mērķa funkciju

$$F(\mathbf{x}) = \alpha f_1(\mathbf{x}) + (1 - \alpha) f_2(\mathbf{x}), \quad (1.12)$$

kur $f_2(\mathbf{x}) = f_{21}(\mathbf{x}) + f_{22}(\mathbf{x})$

Tiek izmantoti ierobežojumi PF saucēja saknēm: stabilam CF tām jāatrodas vienības aploces iekšpusē. Optimizācijas procesa ātrākai un veiksmīgākai veikšanai var izmantot augšējās un apakšējās robežas visiem PF koeficientiem, piemēram ± 0.5 no sākuma vērtībām. Vairākumā gadījumu, izmantojot norādītos paņēmienus, var iegūt BIR filtrus ar nepieciešamām raksturlīknēm.

2. CIPARU FILTRU SINTĒZE AR SPECIĀLĀS KLASES PĀRVADES FUNKCIJĀM

2.1. Prototipu PF aprēķins ar kārtņām reālām saucēja saknēm

Aplūkosim pirmās pakāpes posmu kaskādveida savienojuma PF

$$H(s) = \frac{A_1 A_2 \dots A_N}{(s + A_1)(s + A_2) \dots (s + A_N)}, \quad (2.1)$$

kur N – filtra kārtas, $s = j\Omega$ un $H(0) = 1$. Filtra stabilitāte prasa, lai visi reālie A_n būtu **pozitīvi**.

Teorēma:

Prototipa pārvades funkcija $H(s) = \prod_{n=1}^N \frac{A_n}{(s + A_n)}$ **atbilst sistēmai ar maksimālu selektivitāti tikai tādā gadījumā, ja koeficienti A_n ir vienādi**

$$A_n \Big|_{n \in \{1, N\}} = A. \quad (2.2)$$

Pierādījums. Aplūkosim pirmās kārtas posmu.

$$H(s) = \frac{1}{1 + as}, \quad (2.3)$$

kur $a = A^{-1}$.

Atradīsim frekvenci, kurā PF (2.3) AFR slīpums būs maksimāls. Atradīsim PF moduļa kvadrātu (2.3)

$$|H(s)|^2 = H(s)H(-s) = \frac{1}{(1-as)(1+as)} = \frac{1}{1-a^2s^2}. \quad (2.4)$$

Ņemot vērā, ka $s^2 = (j\Omega)^2 = -\Omega^2$, iegūstam

$$|H(\Omega)|^2 = \frac{1}{1+a^2\Omega^2}. \quad (2.5)$$

Aprēķinām (2.5) pirmās kārtas atvasinājumu pēc Ω

$$\left(|H(\Omega)|^2\right)' = \frac{-2\Omega a^2}{(1+a^2\Omega^2)^2} \quad (2.6)$$

Šīs funkcijas ekstrēmu var atrast, pielīdzinot $|H(\Omega)|^2$ otrās kārtas atvasinājumu nullei.

$$\left(|H(\Omega)|^2\right)'' = -2a^2 \left[\frac{\Omega}{(1+a^2\Omega^2)^2} \right]' = -2a^2 \left[\frac{(1+a^2\Omega^2)^2 - 4a^2\Omega^2(1+a^2\Omega^2)}{(1+a^2\Omega^2)^4} \right] = 0 \quad (2.7)$$

Frekvenci Ω_{ex} , kurai atbilst funkcijas $\left(|H(\Omega)|^2\right)'$ ekstrēms, atradīsim atrisinot vienādojumu (2.7). No tā izriet

$$\Omega_{ex}^2 = \frac{1}{3a^2}. \quad (2.8)$$

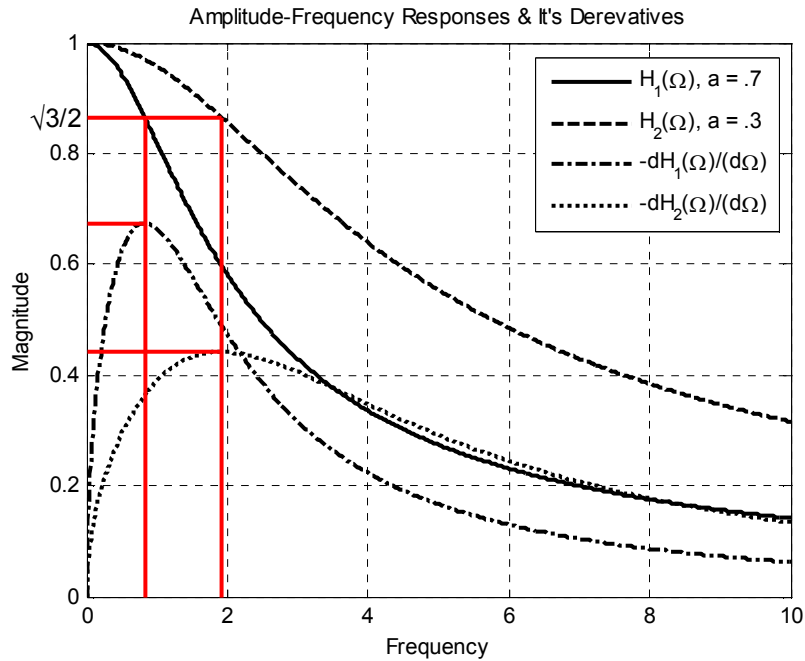
Ievietojot šo vērtību (2.5) un (2.6), iegūstam

$$|H(\Omega_{ex})|^2 = \frac{1}{1+a^2 \frac{1}{3a^2}} = \frac{3}{4}, \quad (2.9)$$

savukārt atvasinājuma vērtība ekstrēma punktā

$$\left(|H(\Omega_{ex})|^2\right)' = \frac{-2 \frac{a^2}{\sqrt{3}a}}{\left(1 + \frac{a^2}{3a^2}\right)^2} = -\frac{3\sqrt{3}a}{8}, \quad (2.10)$$

respektīvi, pirmās kārtas posma PF AFR maksimālais slīpums vienmēr atrodas AFR līmenī $\sqrt{3}/2$ neatkarīgi no a vērtības! a vērtība noteiks ekstrēma punkta stāvokli uz frekvenču ass un slīpuma lielumu $-\sqrt{3}a\sqrt{3}/8$. Ekstrēmu punktu dreifa efekts, ko izsauc koeficienta a izmaiņas, paskaidrots ar grafiku 2.1. attēlā.



2.1. att. Divu filtru AFR dažādu a koeficientu gadījumā un to atvasinājumi

Posmu kaskādveida slēgumam atbilst to AFR reizinājums. Aplūkosim dažus pirmās kārtas posmus ar atšķirīgiem a (respektīvi, AFR). Aplūkosim to AFR reizinājuma stāvumu $\frac{\sqrt{3}}{2}$ līmenī. Šī reizinājuma stāvums būs maksimāls, ja parametri a ir vienādi, jo raksturlīknēm, kurām ekstremālie punkti izvietoti citās frekvencēs, slīpums būs mazāks.

Tāpat teorēma ir pierādīta (kā parādīts promocijas darbā, teorēmu (2.2) var pierādīt ar Heigensa (Huygens) nevienādības [27] palīdzību, kā arī teorēmas pierādījumu, izmantojot zonu metodi, var atrast (31)).

Balstoties uz pierādīto teorēmu, sistēmai ar maksimālu selektivitāti atbilst PF

$$H(s) = \frac{A^N}{(s+A)^N} = \frac{1}{(as+1)^N}. \quad (2.11)$$

Filtrus ar tādu PF turpmāk sauksim par **regulārajiem**.

Viegli aprēķināt parametru a filtram ar robežfrekvenci $\Omega_1 = 1$ līmenī H_{\min} . Tad moduļa kvadrāts $H(s)$ caurlaides joslas robežpunktā

$$|H(s)|^2 = \frac{1}{(as+1)^N} \cdot \frac{1}{(-as+1)^N} \Big|_{s=j} = \frac{1}{(a^2+1)^N} = H_{\min}^2. \quad (2.12)$$

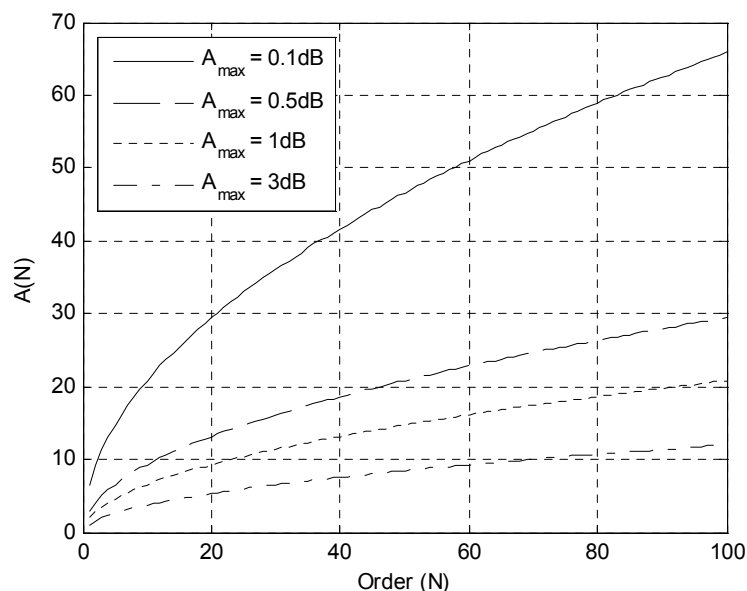
No šejienes iegūstam

$$a = \sqrt{H_{\min}^{-2/N} - 1}. \quad (2.13)$$

Ar vienādojuma (2.13) palīdzību var uzreiz aprēķināt jebkuras kārtas prototipu.

Pārsteidzošs izrādās fakts, ka $A = \frac{1}{a}$ palielinās līdz ar filtra N kārtas palielinājumu.

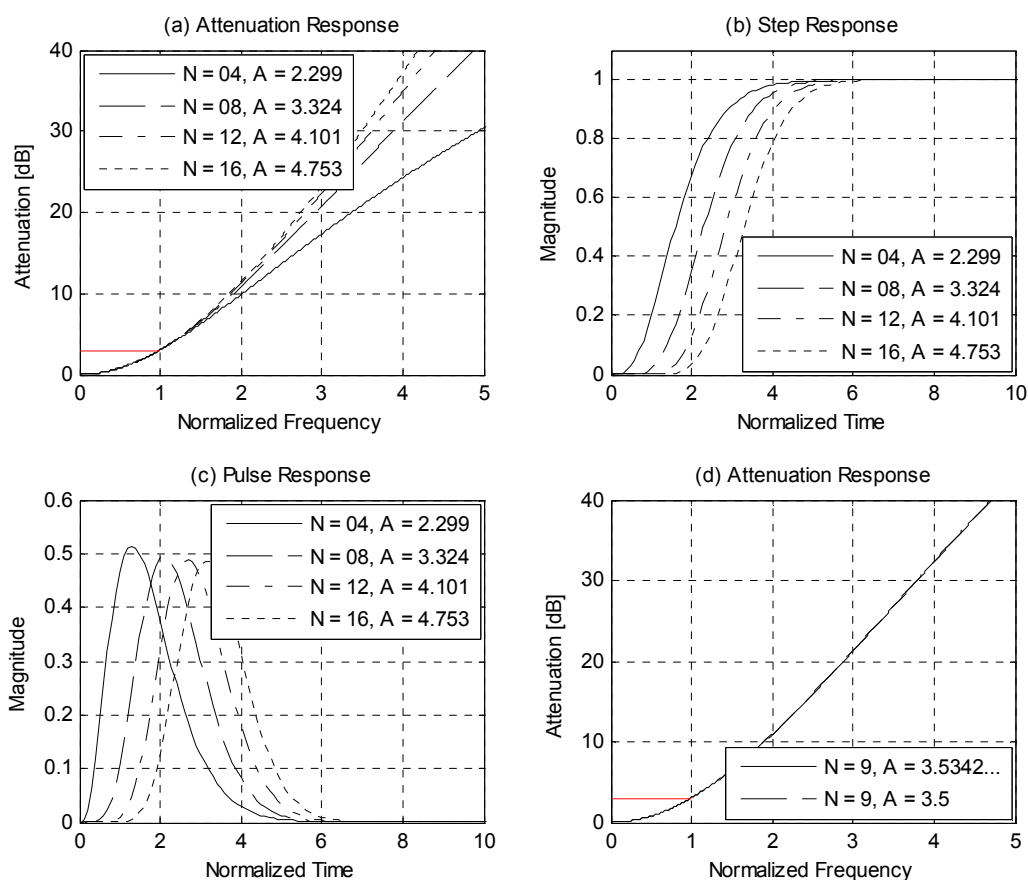
Parādīsim funkcijas $A(N)$ grafikus dažādu H_{\min} (vai A_{\max}) gadījumā.



2.2. att. $A(N)$ grafiki dažādu A_{\max} gadījumā

Koeficienta A pieaugums nozīmē, ka (2.11) saucēja sakne $p = -A$ pārvietojas s pusplaknes dziļumā. Citiem vārdiem runājot, filtrs ar PF (2.11) ar kārtas **PIEAUGUMU** kļūst **MAZĀK** jutīgs! Ja aplūkojam pazīstamus filtrus ar klasiskiem raksturojumiem, tad izrādās, ka kārtas paaugstinājums novedīs pie jutības paaugstināšanās. Balstoties uz (2.13) un 2.2. attēlu, tāpat var apgalvot (un tas tiks pierādīts zemāk), ka, sintezējot CF pēc dotajiem prototipiem, to raksturlīknes būs mazjutīgas arī pret kvantēšanas kļūdām.

Parādīsim regulāro prototipu raksturlīknes ar PF (2.11) un $H_{\min} = 1/\sqrt{2}$. Grafiki (2.3.a att.) parāda, ka visas raksturlīknes frekvencē $\Omega = 1$ šķērso līmeni 3dB. Kā jau tika pieņemts, koeficients A līdz ar kārtas pieaugumu palielinās. Ļoti svarīgi, ka regulāro prototipu LR (2.3.b un 2.3.c att.) izpaliek pulsācijas! Filtru robustuma īpašības atspoguļosim 2.3.d att. Šim mērķim salīdzināsim 9. kārtas filtra ar koeficientu A , kas aprēķināts pēc (2.13), raksturlīkni ar tā paša filtra raksturlīknēm, kura koeficientu A noapaļosim līdz vienai zīmei aiz komata.



2.3. att. Dažādu kārtu regulāro filtru raksturlīknes

Kā redzams 2.3.d att., koeficienta A noapaļošana līdz vienai zīmei aiz komata praktiski neietekmē VR izskatu. To pašu var parādīt arī laika raksturlīknēm.

2.2. Filtru ar kārtām reālām saknēm saucējā selektivitātes paaugstināšana

Pat pietiekami lielu kārtu filtrs (2.11) nenodrošina labu selektivitāti (2.3.a att.). Tas kļūst acīmredzams, ja salīdzinām regulāro filtru AFR ar Batervorta vai Čebiševa AFR filtriem. Lai paaugstinātu sintezējamo filtru selektivitāti, ir jāpāriet no polinomiālām PF uz racionālo daļveidu PF.

2.2.1. Pārraidē nulļu pievienošana galīgās frekvencēs

Viens no racionālo daļveida PF veidošanas variantiem ir pārvades nulļu pievienošana galīgās frekvencēs Ω_m , tāpat kā klasiskajos Čebiševa II tipa vai eliptiskajos filtros. Tas ir ekvivalenti skaitītāja $\prod_{m=1}^{M/2} (s^2 + \Omega_m^2)$ iekļaušanai [34]. Kā jau tika norādīts 1.nodaļā, šāds skaitītājs neietekmē FFR un GAL caurlaides joslā. Līdz ar to PF var pierakstīt šādā veidā:

$$H(s) = \frac{(b_1 s^2 + 1) \dots (b_{M/2} s^2 + 1)}{(as + 1)^N}, \quad (2.14)$$

kur M – skaitītāja kārtā un $N \geq M$, $b_m = \frac{1}{\Omega_m^2}$.

Skaitītāja koeficientu atrašanas uzdevums tiek risināts šādā veidā:

$$\begin{aligned} |H(s)|^2 &= \frac{(b_1 s^2 + 1) \dots (b_m s^2 + 1)}{(as + 1)^N} \cdot \frac{(b_1 s^2 + 1) \dots (b_m s^2 + 1)}{(-as + 1)^N} \Big|_{s=j} = \\ &= \frac{(1 - b_1)^2 \dots (1 - b_m)^2}{(a^2 + 1)^N} = H_{\min}^2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

No šejienes aprēķina koeficientu

$$a = \sqrt{\left[\frac{\prod_{m=1}^{M/2} (1 - b_m)}{H_{\min}} \right]^{2/N}} - 1. \quad (2.16)$$

Šajā gadījumā koeficienti $b_1, \dots, b_{M/2}$ tiek atrasti ar optimizācijas procedūru palīdzību, bet a tiek aprēķināts pēc formulas (2.16). Šāda pieeja garantē, ka jebkuru b_m gadījumā frekvencē $\Omega = 1$, AFR vērtība būs vienāda ar H_{\min} . Turklāt $\Omega = 1$ var būt kā robežfrekvence, tā arī kontroles frekvence (tāpat kā Džesa-Šuslera prototipu aprēķina gadījumā).

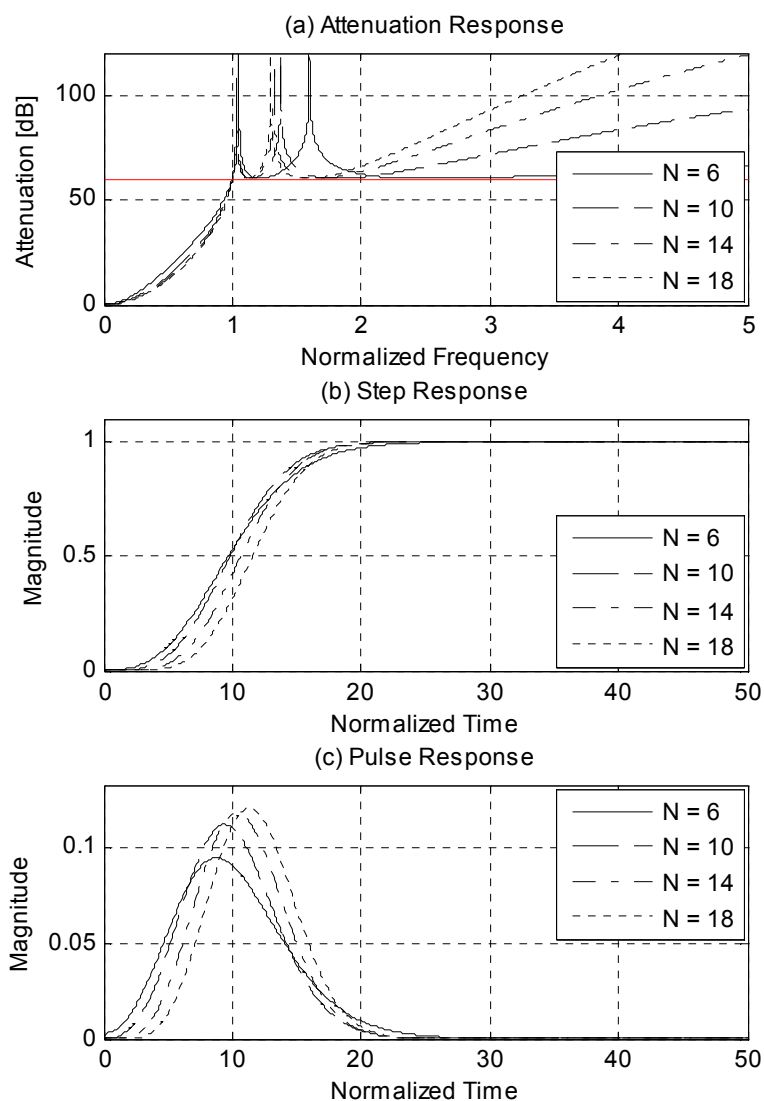
Prototipu ar PF (2.14) priekšrocība ir apstākļi, ka to abas LR ir gludas (2.3.b, 2.3.c att.), bez pulsācijām, tādēļ pietiekami formulēt tikai vienu AFR mērķa funkciju. Optimizācijas laikā atrodam līmeni H_{\max} sprostjoslā, par kura pārsniegšanu tiek noteikts sods.

$$F(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^K |e_k(\mathbf{x})|, \quad (2.17)$$

kur, $e_k(\mathbf{x})$ – sods par H_{\max} līmeņa pārsniegšanu k -tajā frekvences nolasē, kas tiek aprēķināta pēc formulai (1.3).

Mērķa funkcija (2.17) paredz, ka daudzkritēriju uzdevuma vietā tiek iegūts vienkritērija uzdevums, kuru atrisināt ir daudz vieglāk.

Parādīsim raksturlīknes atsevišķiem prototipiem ar PF (2.14). Lai $A_{\min} = 60\text{dB}$, $\Omega_S = 1$.



2.4. att. Prototipu ar PF (2.14) un $A_{\min} = 60\text{dB}$ vājinājuma raksturlīknes

Pilnas dažādu kārtu (no 5 līdz 20) prototipu ar PF (2.14) aprēķinu tabulas dotas promocijas darba pielikumā 2. Minimāli pieļaujamais vājinājuma līmenis sprostjoslā $A_{\min} = 40, 60, 80 \text{ dB}$.

2.2.1. apakšnodaļas rezumējums:

- Izmantojot aplūkoto PF veidošanas pieeju, var būtiski paaugstināt prototipu selektivitāti un samazināt PR kāpumlaiku vai IR impulsa platumu.
- Pārejas raksturlīknes un impulsa reakcijas pulsāciju līmenis ir garantēti vienāds ar nulli. Atgādināsim, ka Džesa-Šuslera prototipiem vienas LR optimālums negarantē otras optimālumu.

- Saglabājas prototipu ar PF (2.11) robustās īpašības, respektīvi, koeficients A palielinās līdz ar kārtas palielināšanos.

2.2.2. Vispārēja metode PF skaitītāja veidošanai filtru selektivitātes paaugstināšanai

2.2.2.1. Prototipu sintēze ar monotonu AFR caurlaides joslā

Vispārēja metode – tā ir šāda veida skaitītāja izmantošana

$$\prod_{m=1}^{M/2} (b_m s^2 + c_m s + 1). \quad (2.18)$$

Tad PF būs šāda:

$$H(s) = \frac{\prod_{m=1}^{M/2} (b_m s^2 + c_m s + 1)}{(as + 1)^N}. \quad (2.19)$$

(Atsevišķs gadījums, kad $c_m = 0$, aplūkots 2.2.1. nodaļā).

Koeficients a tiek aprēķināts šādi:

$$a = \sqrt{\left[\frac{\prod_{m=1}^{M/2} (b_m - 1)^2 + c_m^2}{H_{\min}^2} \right]^{1/N}} - 1. \quad (2.20)$$

PF (2.19) ieteicams lietot, kad LR pulsāciju līmenis var būt lielāks par nulli, un prasības pret PR kāpumlaiku vai IR galvenās vāles platumu ir ļoti stingras.

Prototipu aprēķins ar skaitītāju (2.18) ir sarežģītāks, optimizācijas laikā nākas kontrolēt gan AFR, gan arī vienu no laika raksturlīknēm.

Izmantojot PF (2.19), var iegūt kā monotonu AFR caurlaides joslā, tā arī nemonotonu. Pirmajā gadījumā koeficientu b_m un c_m optimizācijas process var būt tāds pats, kā Džesa-Šuslera prototipu aprēķinā.

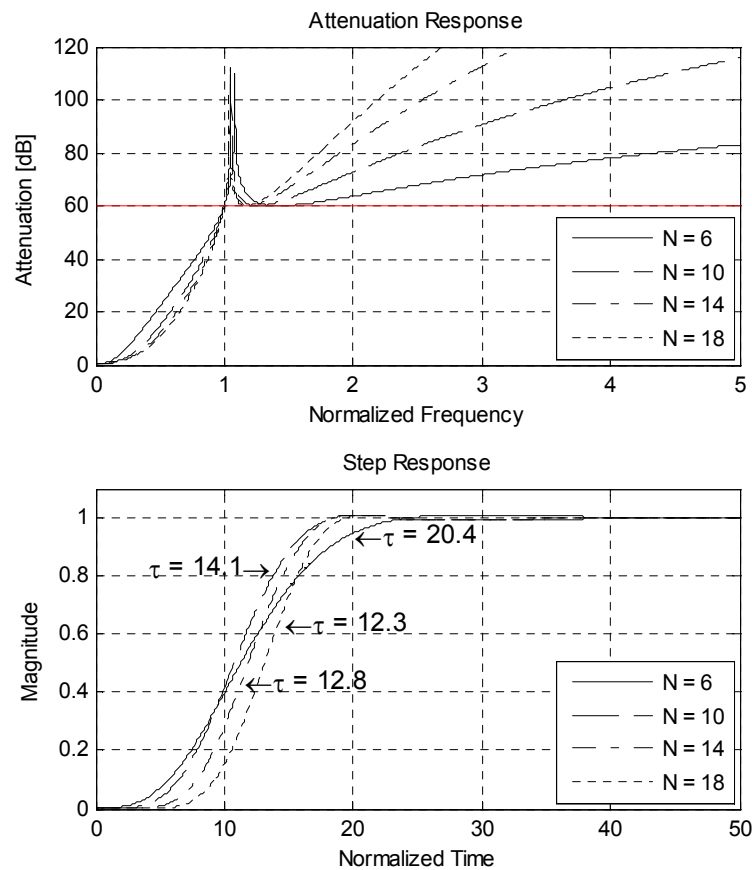
Otrajā gadījumā jākontrolē AFR caurlaides joslā, kā arī jāatrod kompromisu starp LR pulsācijas δ līmeni un H_{\min} līmeni, jo viena no līmeņu samazināšanās var izraisīt otra palielināšanos. Šādas metodes izmantošana ļauj iegūt pat vienādviļņu AFR caurlaides joslā, kas ievērojami paaugstina sintezējamo filtru selektivitāti.

Cita filtru ar PF (2.19) lieliska īpašība – skaitītāja koeficientu c_m zīme pie nepāra s pakāpes nekādā veidā neietekmē AFR, bet ietekmē laika raksturlīknes un FFR. Citiem vārdiem runājot, balstoties uz vienu PF formu, var iegūt varākas sistēmas ar atšķirīgām LR!

Tas ļauj projektēšanas pirmajā etapā izvēlēties patvaļīgas koeficientu c_m zīmes, bet pēc tam, mainot zīmes, izvēlēties vispiemērotāko laika raksturlīkni. Izejot no tā, jāizvēlas vislielākā skaitītāja pakāpe, lai iegūtu vairāk LR izmaiņu variantu. Tas nekādi neietekmē CF, kas sintezēts pēc šāda prototipa, sarežģītību, jo, izmantojot bilināro transformāciju, rezultējoša PF vairumā gadījumu būs racionāla daļveida funkcija, un skaitītāja pakāpe būs vienāda ar saucēja pakāpi.

Iegūsim dažu prototipu ar PF $H(s) = \frac{(b_1s^2 + c_1s + 1)(b_2s^2 + 1)}{(as + 1)^N}$, $A_{\min} = 60\text{dB}$ un

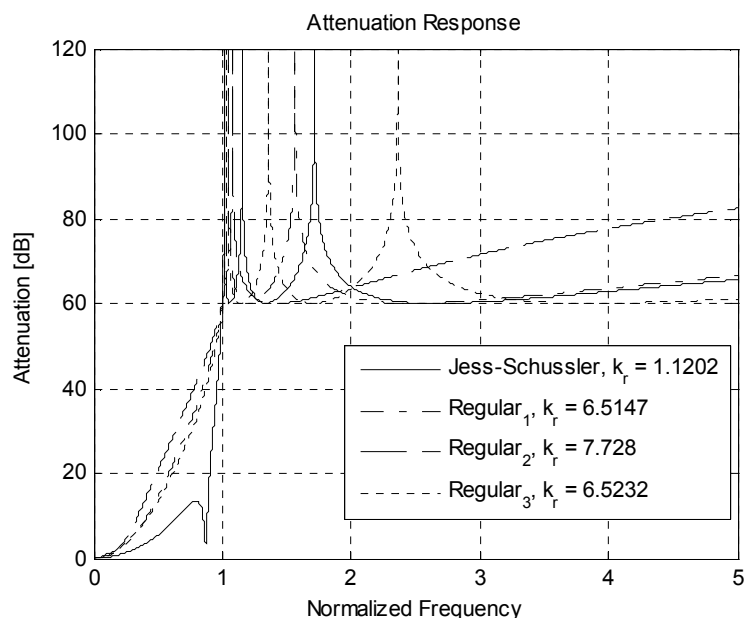
$\delta = 1\%$ raksturlīknes.



2.5. att. Prototipu ar PF (2.19) un $A_{\min} = 60\text{dB}$ vājinājuma un pārejas raksturlīknes

Kāpumlaiks samazinās līdz ar prototipa kārtas pieaugumu, savukārt sākotnējā aizture pieaug. Salīdzinot PR pie $N = 6$ un $N = 10$, konstatējam, ka kāpumlaiks samazinājās aptuveni 1.5 reizes. $N = 10$ un $N = 14$ gadījumam šī attiecība būs vienāda ar 1.12 un tālākā kārtas palielināšanās līdz $N = 18$ samazinās kāpumlaiku 1.02 reizes.

Salīdzināsim dažu aprēķināto ar kārtņu reālu sakni saucējā prototipu raksturlīknes ar Džesa-Šuslera klases prototipa raksturlīkni. Uzdosim šādus parametrus: $N = 8$, $M = 6$, $A_{\min} = 60\text{dB}$, $\delta = 1\%$.



2.6. att. Džesa-Šuslera klases un regulāro prototipu vājinājuma raksturlīkņu salīdzinājums

2.6-2.7. attēlos salīdzināšanai izvēlēti regulārie prototipi ar šādām PF:

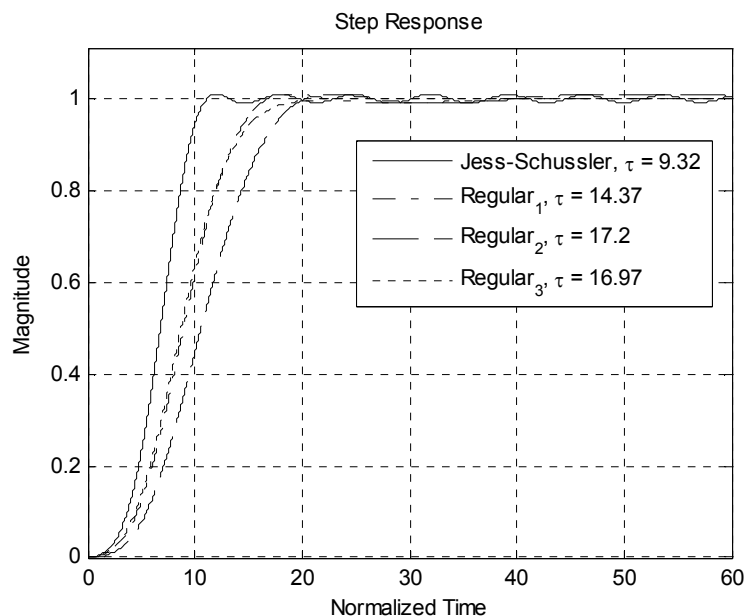
$$\text{Svītrpunktu līnija: } H(s) = \frac{(b_1 s^2 + c_1 s + 1)(b_2 s^2 + 1)(b_3 s^2 + 1)}{(as + 1)^8}, \quad (2.21-a)$$

$$\text{Svītrlīnija: } H(s) = \frac{(b_1 s^2 + c_1 s + 1)(b_2 s^2 + c_2 s + 1)(b_3 s^2 + 1)}{(as + 1)^8}, \quad (2.21-b)$$

$$\text{Punktlīnija: } H(s) = \frac{(b_1 s^2 + 1)(b_2 s^2 + 1)(b_3 s^2 + 1)}{(as + 1)^8}. \quad (2.21-c)$$

Noteiksim raksturlīkņu taisnstūrības koeficientu k_r (2.6. att.) kā frekvenču vērtību attiecību 15dB un 60dB AFR līmeņos. 15dB līmenis tika izvēlēts sakarā ar Džesa-Šuslera prototipa vājinājuma raksturlīknes specifiku caurlaides joslā. Kā redzams, Džesa-Šuslera prototipam taisnstūrības koeficients ir izteikti labāks nekā regulārajiem prototipiem ar monotonu raksturlīkni caurlaides joslā. Regulārajam prototipam ar vislabāko rādītāju $k_r = 6.5147$ atbilst PF (2.21-a), bet ar vissliktāko $k_r = 7.728$ PF (2.21-b).

Aprēķināsim salīdzinājamo prototipu PR un aprēķināsim kāpuma laiku τ .



2.7. att. Džesa-Šuslera klases un regulāro prototipu PR salīdzinājums

Kā izriet no 2.7. attēla PR ar vismazāko kāpumlaiku $\tau = 9.32$ atbilst Džesa-Šuslera klases prototipam.

Ja salīdzinām regulāros prototipus, tad vislabākajam $\tau = 14.37$ atbilst prototips ar PF (2.21.a), bet vissliktākajam $\tau = 17.2$ ar PF (2.21.b). PR prototipiem ar PF (2.21.c) vispār nesatur pulsācijas (2.4.b att.).

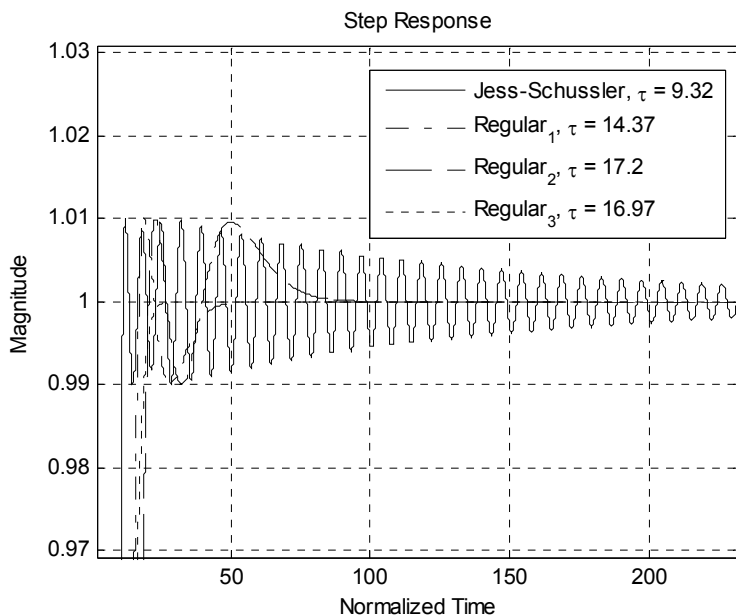
Balstoties uz 2.6-2.7. attēliem secinām, ka vislabākie prototipi pēc rādītājiem k_r un τ ir Džesa-Šuslera klases prototipi. Tomēr tiem piemīt trūkumi, kas nav raksturīgi regulārajiem filtriem.

Kā parādīts 1.nodaļā, turpmāka kārtas palielināšana nenoved pie ievērojamas rādītāju k_r un τ uzlabošanās. Gadījumā ar $A_{\min} = 60\text{dB}$ un $\delta = 1\%$ tika izvēlēts kā labākais variants ar $N = 8$, $M = 6$. Regulāro filtru ar PF (2.21-a) gadījumā kārtas palielināšana līdz $N = 9$ noved pie τ uzlabošanās no 14.37 līdz 13.39, bet $N = 15$ gadījumā $\tau = 11.65$. Paaugstināt kārtu regulārajiem filtriem ir ļoti vienkārši, ir tikai jāpievieno vajadzīgais vienādu posmu (2.3) skaits.

Ja palūkojamies uz PR pulsāciju ilgumu, tad Džesa-Šuslera prototipam tās noslāpst ievērojami lēnāk (2.8. att.). Dažos praktiskos uzdevumos tas var izrādīties nevēlami. Protams, optimizācijas etapā var uzdot rimšanas pulsāciju līmeni, tomēr, jo lielāks būs šis lielums (respektīvi, jo ātrāk pulsācijas noslāpst), jo lielāks būs kāpumlaiks τ [30], [31].

Aprēķināt regulāros filtrus ar optimizējošo procedūru palīdzību ir ievērojami vienkāršāk, jo variējamo koeficientu skaits ir daudz mazāks. $N = 8$ gadījumā Džesa-Šuslera

klases filtru PF saucējs satur 8 koeficientus, kamēr regulārajiem filtriem koeficients ir tikai viens, kurš tiek aprēķināts pēc formulas (2.16) vai (2.20).



2.8. att. Džesa-Šuslera klases un regulāro prototipu PR pulsācijas

No izmantošanas ērtības viedokļa labāk ir izmantot regulāros filtrus ar (2.14) PF. Tos ir daudz vienkāršāk aprēķināt, jo optimizācijas laikā tiek risināts vienkritērija uzdevums. Turklāt tie satur mazāku koeficientu skaitu skaitītājā uzdotajai kārtai (piemēram, ja $M = 6$, koeficientu skaits vienāds ar 3). LR pulsāciju nav.

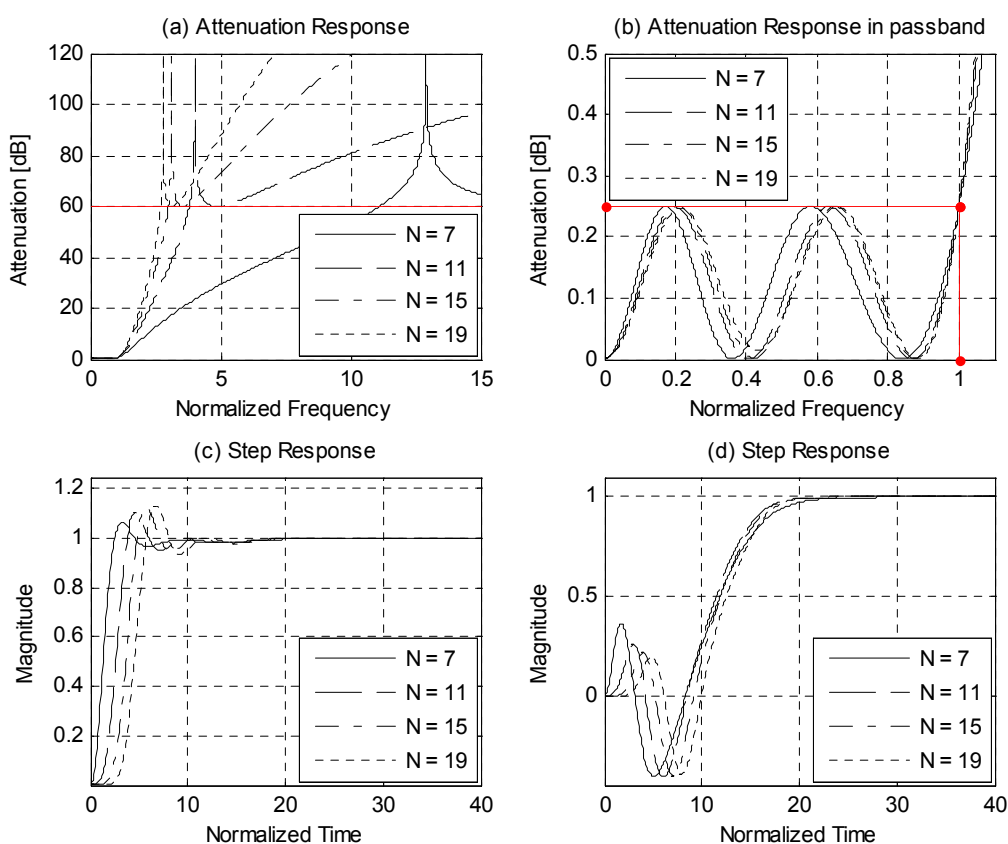
Savukārt, ja ir izvirzītas stingrākas prasības kāpuma laikam, tad var izmantot prototipus ar PR (2.19). Tas palielina aprēķinu sarežģītību. Turklāt, kā liecina piemēri ar $M = 6$, ja skaitītājā ir divi polinomi ar kompleksi saistītām saknēm, tas sniedz ne pārāk labu rezultātu (2.6.-2.7. att.). $M > 6$ gadījumam divu (iespējams arī vairāku) tādu polinomu izmantošana skaitītājā var dot uzlabojumus rādītājos k_r un τ . Šiem gadījumiem aprēķinātās prototipu tabulas apkopotas promocijas darba 3. pielikumā. To koeficientus var izmantot par sākotnējām vērtībām turpmākai optimizācijai.

Stingrāku prasību gadījumā (pret k_r un τ) labākus rezultātus nodrošina Džesa-Šuslera klases prototipi. Tieši šiem mērķiem dotajā darbā tika aprēķinātas šo prototipu tabulas. Tomēr, iespējams, nāksies risināt stabilitātes, kā arī PR ilgstošu pulsāciju problēmas.

2.2.2.2. Prototipu sintēze ar nemonotonu AFR caurlaides joslā

Tagad iegūsim dažu prototipu raksturlīknes ar vienādviļņu AFR caurlaides joslā. Lai prototipa PF $H(s) = \frac{(b_1s^2 + c_1s + 1)(b_2s^2 + c_2s + 1)(b_3s^2 + 1)}{(as + 1)^N}$. Dotajam piemēram tika izvēlēti šādi parametri: $M = 6$, $A_{\max} = 0.25\text{dB}$, $A_{\min} = 60\text{dB}$.

Grafiki 2.9. att. demonstrē interesantu rezultātu. Izrādās, var veidot vienādviļņu AFR caurlaides joslā ar PF skaitītāja palīdzību, kamēr filtros ar klasiskām raksturlīknēm šāds rezultāts sasniedzams, izmantojot tikai saucēja saknes.



2.9. att. Salīdzināmo prototipu raksturlīknes

PR pulsāciju līmenis sasniedz aptuveni 13%. Aplūkosim, kā mainās PR šiem pašiem prototipiem, ja aizvietot c_2 ar $-c_2$ (2.9.d att.). Kā jau tika norādīts, šāda nomaīņa nekādi neietekmē PF moduli, respektīvi, AFR. Dotajā gadījumā pulsācijas ir vērojamas PR sākumā, bet pēc tam raksturlīkne monotoni tiecas uz vieninieku. Pagaidām grūti pateikt, kādiem mērķiem var būt vajadzīgs šis PR veids (2.9.b att.), tomēr doto prototipu koeficientus var izmantot kā sākotnējās vērtības optimizācijā, lai iegūtu vajadzīgās laika raksturlīknes.

Tādējādi ir pierādīts, ka ar PF skaitītāja sakņu un saucēja kārtņās reālās saknes palīdzību var izveidot prototipus ar atšķirīgām AFR (monotonām un nemonotonām).

2.3. CF sintēze, izmantojot regulāros filtru prototipus

Tā kā jauno prototipu jutība ir ārkārtīgi zema, dabiski būtu pieņemt, ka augsto frekvenču filtri, kā arī joslas un sprostfiltri arī būs mazjutīgi. Pēdējā gadījumā iegūstam regulāros posmus ar kārtņām kompleksām saknēm.

CF sintēzes gadījumā ir svarīgi, lai iegūstamo struktūru raksturlīknes saglabātu savus parametrus koeficientu kvantēšanas procesā. Turklāt, jo mazāks ir kvantēšanā izmantojamo bitu skaits, jo ātrāku sistēmu gala rezultātā var iegūt. Lai filtrs būtu mazāk jutīgs pret kvantēšanas kļūdām, PF sadala otrās kārtas posmos (bikvādos).

CF sintēzei izmantosim bilināro z-transformāciju. Sadalīsim PF (2.14)

$$H(s) = \frac{A^2(b_1s^2 + 1)}{(s+A)(s+A)} \frac{A^2(b_2s^2 + 1)}{(s+A)(s+A)} \dots \frac{A^2(b_{M/2}s^2 + 1)}{(s+A)(s+A)} \left(\frac{A}{s+A}\right)^{N-M}, \quad (2.22)$$

tad

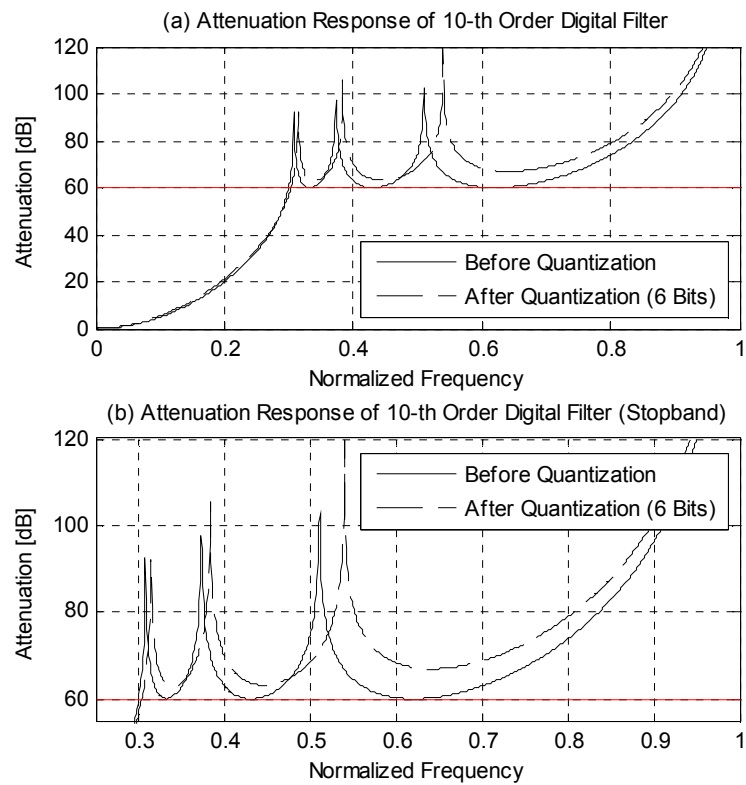
$$\frac{A}{(s+A)} \rightarrow s = k \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \rightarrow \frac{\frac{A}{A+k}(1+z^{-1})}{1 + \frac{A-k}{A+k}z^{-1}} \quad (2.23)$$

un

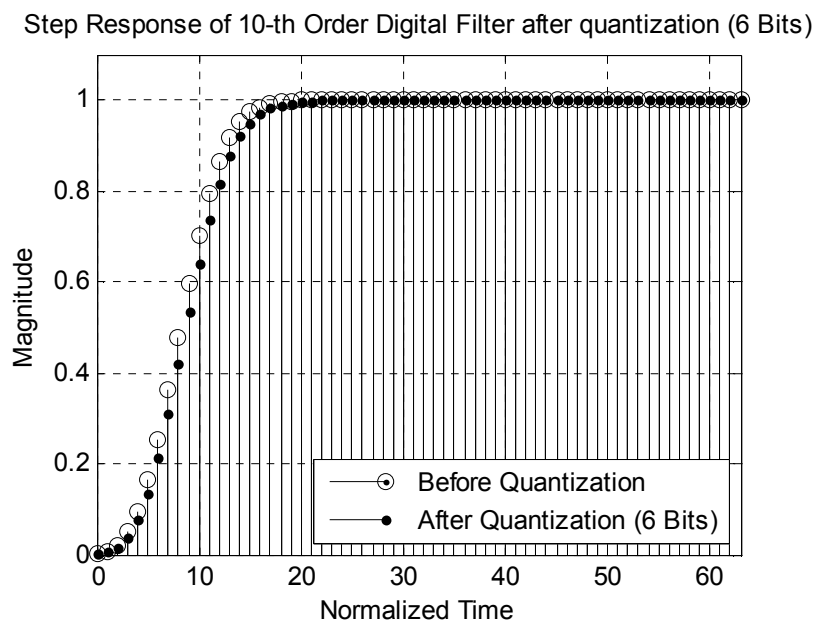
$$\frac{A^2(bs^2 + 1)}{(s+A)(s+A)} \rightarrow \frac{\left(\frac{A}{A+k}\right)^2 \left[(1+bk^2) + 2(1-bk^2)z^{-1} + (1+bk^2)z^{-2} \right]}{\left(1 + \frac{A-k}{A+k}z^{-1}\right)^2}, \quad (2.24)$$

kur $k = \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi\tilde{\Omega}_1}{2}\right)$, $\tilde{\Omega}_1 = 2f_1T$ – sintezējamā CF normēta robežfrekvence, f_1 – robežfrekvence hercos un T – diskretizācijas periods. Balstoties uz (2.23) un (2.24) tiek veidots zemo frekvenču ciparu filtra PF.

Parādīsim CF raksturlīknes, kas iegūtas pēc prototipa ar $N = 10$, $A_{\min} = 60\text{dB}$, ar trim pārvades nullēm, ar normētu ciparu robežfrekvenci $\tilde{\Omega}_1 = 0.3$ un tā paša filtra raksturlīkni, taču ar koeficientiem pēc 6 bitu kvantēšanas (1 bits uz zīmi, 1 bits uz veselo daļu un 4 biti – aiz komata).



2.10. att. 10. kārtas ciparu filtru vājinājuma raksturlīknes ar $A_{\min} = 60\text{dB}$



2.11. att. 10. kārtas ciparu filtru pārejas raksturlīknes

Kā redzams no grafikiem 2.10. attēlā **6 (!)** bitu CF koeficientu kvantēšana praktiski neietekmē vājinājuma raksturlīknes. Vājinājuma poli (2.10.b att.) nedaudz novirzījušies, taču

raksturlīkne sprostjoslā nenolaižas zemāk par noteikto līmeni $A_{\min} = 60\text{dB}$! 2.11. attēlā parādīts sintezētā CF pārejas raksturlīkne. Te ir jānorāda uz diviem faktiem:

- a) bilinearās z -transformācijas pielietošana praktiski neizkropļo laika raksturlīknes; principā izkropļojumi ir novēroti tikai pie ļoti lielām $\tilde{\Omega}_1$ vērtībām ($\tilde{\Omega}_1 > 0.5$),
- b) sintezētā CF koeficientu kvantēšana praktiski neietekmē LR formu; pietiek salīdzināt raksturlīknes 2.11. attēlā.

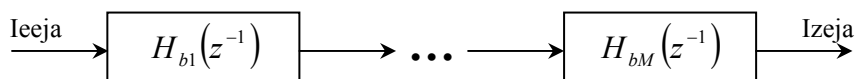
3. CIPARU FILTRU AR SPECIĀLO STRUKTŪRU SINTĒZE

Kā jau tika norādīts ievadā, ja filtru sintēzi sāk ciparu apgabalā, tai piemīt virkne priekšrocību:

1. Optimizācija tiek veikta vienu reizi un tikai ciparu realizācijai.
2. Izmantojot pamatā polinomiālus ciparu filtrus, var iegūt arī racionālu daļveida pārvades funkciju visam projektējamam filtram.

Sintēze tieši diskrētā apgabalā ļauj iegūt ciparu filtrus, turklāt ar zināmu nulļu skaitu selektivitātes paaugstināšanai. Šāda pieeja ļauj ievērojami samazināt bikvādu skaitu, līdz ar to arī būtiski pazemināt vajadzīgo saskaitīšanas un reizināšanas operāciju skaitu rezultējošā struktūrā.

Kā jau tika minēts, skaitļošanas efektivitāte vispirms ir atkarīga no izvēlētās CF struktūras. Projektējot ciparu BIR filtrus, tradicionāli tiek izmantotas Batervorta, Čebiševa, Beseļa, izoekstremālās un citas aproksimācijas [1], [7], [16], [17], [18], [19], [28], [34]. Visbiežāk to realizācijai izmanto bikvādu (otrās kārtas posmu) kaskādēšanu, kas kopumā izskatās šādi (sk. 3.1. attēlu).



3.1. att. Bikvādu kaskādes realizācija

Te pāra kārtu filtriem $M = N/2$ un

$$H_{bm}(z^{-1}) = \frac{b_{m0} + b_{m1}z^{-1} + b_{m2}z^{-2}}{1 + a_{m1}z^{-1} + a_{m2}z^{-2}}, \quad (3.1)$$

kad $m = 1 \dots M$.

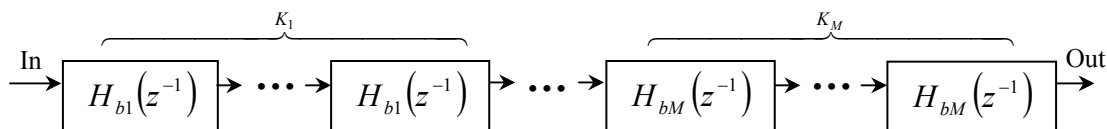
Nepāra kārtu filtriem $M = (N + 1)/2$, $m = 1 \dots (M - 1)$ un

$$H_{bM}(z^{-1}) = \frac{b_{M0} + b_{M1}z^{-1}}{1 + a_{M1}z^{-1}}. \quad (3.2)$$

Tātad vienlaicīgi jāglabā $5M$ koeficientu vērtības pāra kārtu filtriem un $5M - 2$ koeficientu vērtības nepāra kārtu filtriem, kas lielu N gadījumā var izrādīties nepieņemami. Aparatūras vai programmas realizācijai vēlams, lai kaskādes savienojumā būtu unificēti posmi.

3.1. Ciparu filtri ar regulāro struktūru

2. nodaļā tika aplūkots CF aprēķina piemērs, izmantojot regulāro prototipu. Acīmredzami, ka šajā gadījumā sintezētais CF tiek realizēts ar regulāriem posmiem. Rodas jautājums, vai nevarētu uz regulāro posmu bāzes projektēt filtrus uzreiz ciparu apgabālā? Pēc būtības regulārie ciparu filtri (RCF) sastāv no savienotiem otrās kārtas (bikvādu) posmiem (sk. 3.2. att.), kuri var būt identiski, tātad, šādu filtru PF būs kārtas saknes gan skaitītājā, gan arī saucējā [13], [14], [15].



3.2. att. Regulārā ciparu filtra struktūra

Šajā gadījumā filtra kārtā ir $N = 2(K_1 + \dots + K_m + \dots + K_M)$. Kā redzams 3.2. attēlā, šāda pieeja ļauj samazināt kopējo reizinātāju skaitu, kas saglabājami ROM atmiņā. Piemēram, $N = 2(K_1 + K_2)$ gadījumā šis skaits nepārsniedz desmit, bet aparāta vai programmas realizācija kļūst ievērojami vienkāršāka. Tālāk tiks parādīti paņēmieni, ar kuru palīdzību var būtiski samazināt reizinātāju skaitu, kas tiek uzglabāti ROM atmiņā.

3.1.1. Regulāro ciparu filtru aprēķina īpatnības

Izmantojot regulāro struktūru, var iegūt kā filtrus ar uzdotajiem AFR parametriem, tā arī filtrus ar uzdotajiem AFR parametriem un vienu no LR [13], [15].

Pēc tam, kad formulētas prasības filtra raksturlīknēm, pielietosim optimizācijas procedūras, kas tika aplūkotas 1. nodaļā. Dotajā gadījumā ir jāvariē ciparu filtra PF $H(z^{-1})$ koeficienti. Ir zināms, ka $z = e^{j\omega T_S}$, kur T_S – diskretizācijas intervāls. Izmantosim šādu normējumu:

$$\omega T_S = 2\pi f \frac{1}{F_S} = \pi \tilde{\Omega}, \quad (3.3)$$

kur F_S – diskretizācijas frekvence, $\tilde{\Omega}$ – normētā ciparu frekvence

$$\tilde{\Omega} = \frac{f}{F_S/2}, \quad (3.4)$$

un $F_S/2$ – Naikvista frekvence.

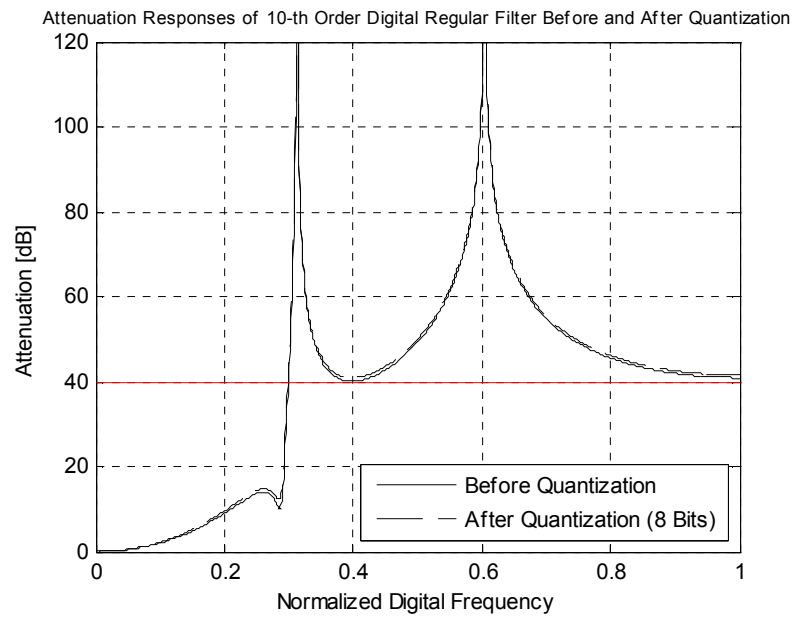
Sintezējot RCF ar noteiktām frekvenču un laika raksturlīknēm, tāpat kā 3. nodaļā, tiek veidotas divas mērķa funkcijas daļas: viena paredzēta AFR, otra – vienai no LR. Ciparu filtra AFR – tas ir tā pārvades funkcijas modulis. Savukārt laika raksturlīknes tiek atrastas ar diferencu vienādojuma palīdzību. IR aprēķināšanai ieejas iedarbība būs vienības nolase, bet PR – vienības nolašu secība.

Parādīsim RCF raksturlīknes, kas aprēķinātas ar optimizējošo procedūru palīdzību, kā arī PF koeficientu kvantēšanas efektu ietekmi uz šīm raksturlīknēm. Konkrētas prasības formulēsim šādi:

- Filtra kārtā $N = 10$, $K_1 = 2$, $K_2 = 3$, t.i., PF

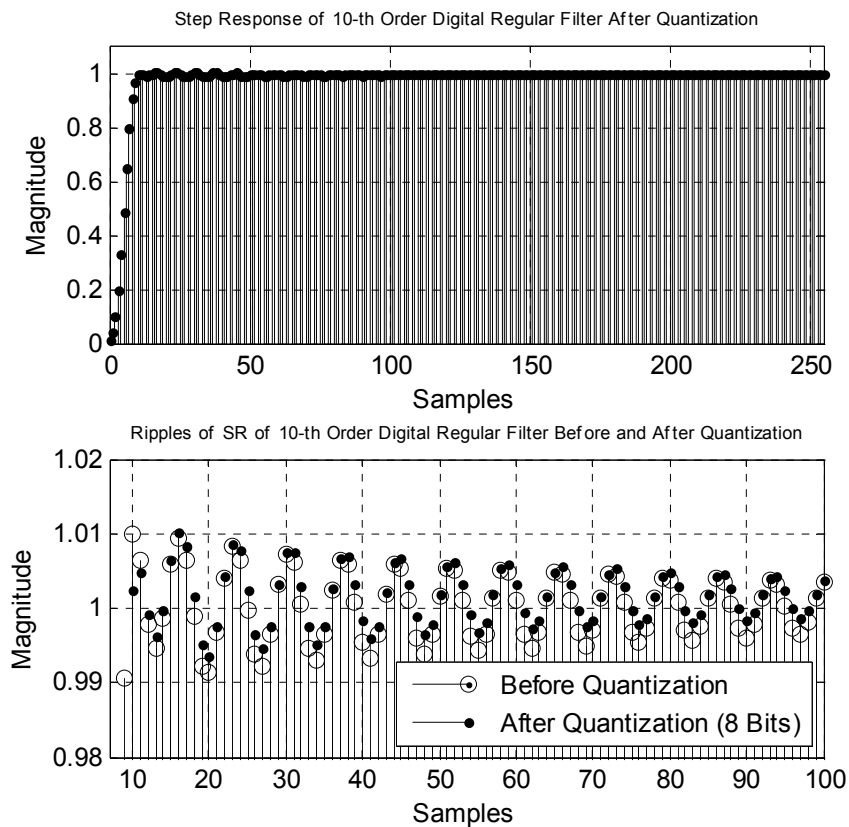
$$H(z^{-1}) = \left[\frac{b_{10} + b_{11}z^{-1} + b_{12}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{12}z^{-2}} \right]^2 \left[\frac{b_{20} + b_{21}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{21}z^{-1} + a_{22}z^{-2}} \right]^3.$$

- Robežfrekvence $\tilde{\Omega}_1 = 0.3$.
- Minimālais vājinājuma līmenis sprostjoslā $A_{\min} = 40\text{dB}$.
- PR pulsāciju līmenis $\delta = 1\%$.



3.3. att. Regulārā ciparu filtra vājinājuma raksturlīknes pirms un pēc kvantēšanas (8 biti)

3.3. attēlā redzams, ka raksturlīknēm ir forma, kas raksturīga Džesa-Šuslera klases filtriem.



3.4. att. Regulārā ciparu filtra pārejas raksturlīknes pirms un pēc kvantēšanas (8 biti)

Ja kvantētiem koeficientiem tiek izmantoti 8 biti, kroplājumi kā vājinājuma raksturlīknei (3.3.att.), tā arī pārejas raksturlīknei (3.4.att.) ir praktiski nemanāmi [14].

Parādīsim sintezētā filtra koeficientus pēc kvantēšanas (MATLAB izdrukas formā):

First Biquad:

b =

1.9218750000000000 1.2343750000000000 1.9218750000000000

a =

1.0000000000000000 -1.2031250000000000 0.9531250000000000

Second Biquad:

b =

0.1406250000000000 -0.1562500000000000 0.1406250000000000

a =

1.0000000000000000 -0.7343750000000000 0.1875000000000000

Norādīsim, ka dotajā gadījumā pietiekami būtu uzglabāt ROM atmiņā **astoņu** reizinātāju koeficientu vērtības, jo $b_{10} = b_{12}$ un $b_{20} = b_{22}$.

3.1.2. Polinomiālo bikvādu izmantošana regulāro ciparu filtru sintezē

Nodemonstrēsim citu RCF PF veidošanas pieeju, izmantojot šāda veida polinomiālos bikvādus:

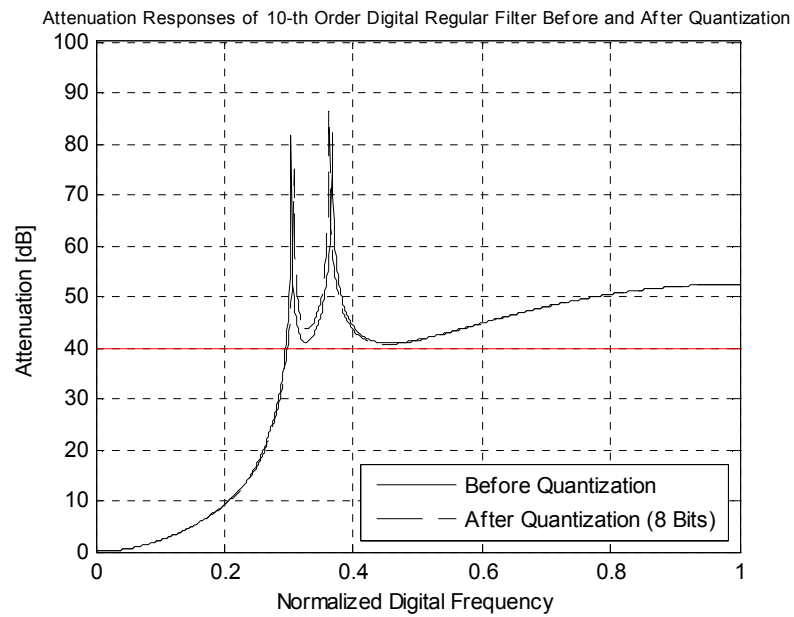
$$H_p(z^{-1}) = \frac{h_0}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}. \quad (3.5)$$

Šādus posmus var apvienot regulārās struktūrās un nodrošināt selektivitātes palielināšanai nepieciešamo pārvades nulļu skaitu.

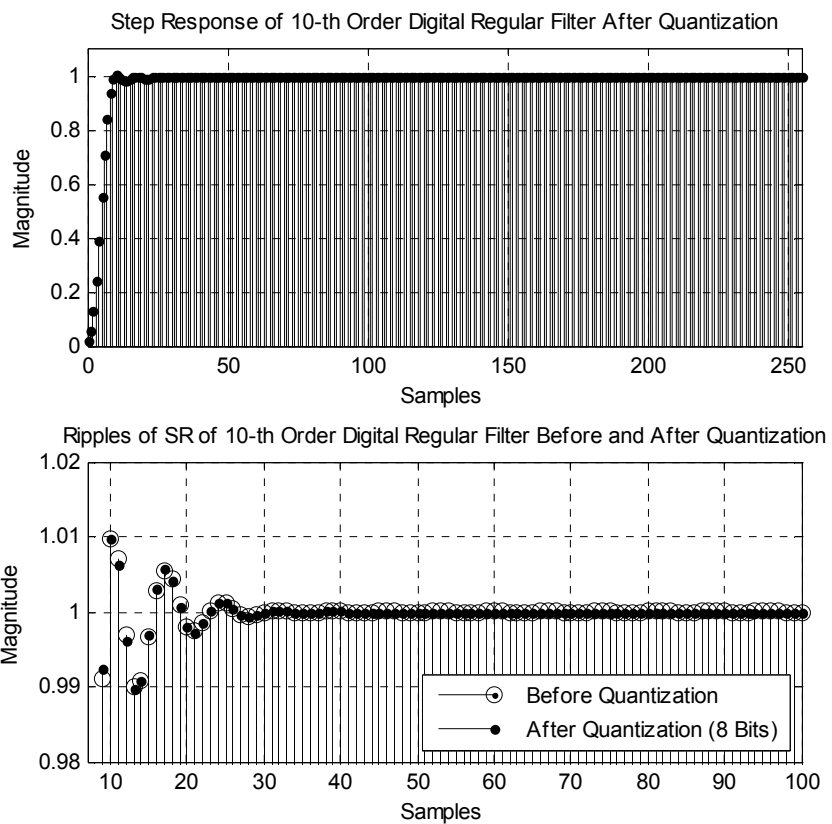
Parādīsim to:

$$H(z^{-1}) = \left[\frac{1}{1 + a_{11} z^{-1} + a_{12} z^{-2}} \right]^2 \left[\frac{1}{1 + a_{21} z^{-1} + a_{22} z^{-2}} \right]^3 (b_{10} + b_{11} z^{-1} + b_{10} z^{-2})(b_{20} + b_{21} z^{-1} + b_{20} z^{-2})$$

Filtra parametrus izvēlamies tādus pašus, kā iepriekšējā piemērā. Raksturlīknes, kas iegūtas optimizācijas procesā, parādītas 3.5.-3.6. att.



3.5. att. Regulārā ciparu filtra, kura struktūrā izmantoti polinomiālie bikvādi, vājinājuma raksturlīknes pirms un pēc kvantēšanas (8 biti)



3.6. att. Regulārā ciparu filtra, kura struktūrā izmantoti polinomiālie bikvādi, pārejas raksturlīknes pirms un pēc kvantēšanas (8 biti)

Parādīsim RCF koeficientus pēc kvantēšanas:

First Biquad:

a =

1.0000000000000000 -0.9765625000000000 0.6093750000000000

Second Biquad:

a =

1.0000000000000000 -0.8671875000000000 0.2109375000000000

b1 =

0.1406250000000000 -0.1171875000000000 0.1406250000000000

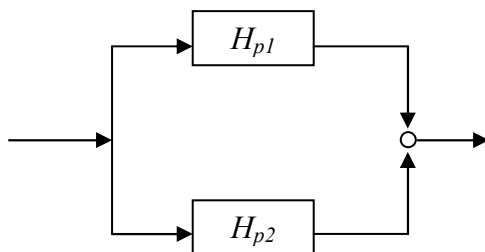
b2 =

0.1171875000000000 -0.1328125000000000 0.1171875000000000

Salīdzinot 3.4. un 3.6. attēlus, var pārliecināties, ka polinomiālu bikvādu izmantošana praktiski nekādi nav ietekmējusi pārejas raksturlīkņu parametrus. Tās pašas caurlaides joslas gadījumā PR pulsāciju līmenis un kāpumlaiks palicis nemainīgs. Saskaitījumu skaits, salīdzinot ar iepriekšējo piemēru, ir samazinājies par 6, bet reizinājumu skaits – par 9. Realizācijas īpatnība – izmantojamie posmi nav vienādi: daļai no tiem skaitītājā ir polinoms, bet otrai daļai – konstante.

3.2. Divkanālu realizācija

Polinomiālie bikvādi (3.5) nesatur pārvades nulles (konstante skaitītājā). Tas ievērojami ierobežo to izmantošanu, jo īpaši platjoslas filtru sintēzē [24]. Nuļļu veidošanai izmanto divkanālu realizāciju [12], [24].



3.7. att. Divkanālu realizācija

Sintezētā N -tās kārtas ciparu filtra rezultējošā pārvades funkcija vispārējā gadījumā izskatīsies šādi:

$$\begin{aligned}
H(z^{-1}) &= H_{p1}(z^{-1}) + H_{p2}(z^{-1}) = \\
&= \frac{h_{01}}{1 + a_{11}z^{-1} + \dots + a_{1K}z^{-K}} + \frac{h_{02}}{1 + a_{21}z^{-1} + \dots + a_{2M}z^{-M}} = \\
&= \frac{B_0 + B_1z^{-1} + \dots + B_Kz^{-K}}{1 + A_1z^{-1} + \dots + A_Nz^{-N}},
\end{aligned} \tag{3.6}$$

kur $K \geq M$, $N = M + K$ un H_{p1} , H_{p2} – kanālu pārvades funkcijas, kas sastāv no kaskādē savienotiem polinomiāliem bikvādiem. Šī realizācija ļauj panākt selektivitātes palielināšanos, pateicoties tam, ka sprostjoslā parādās nulles, kā arī samazināt summatoru un reizinātāju skaitu divas reizes salīdzinot ar standarta bikvādu realizāciju (3.1. att.)!

3.2.1. Divkanālu polinomiālo ciparu filtru sintēzes īpatnības

Izmantosim optimizācijas procedūras, kas aplūkotas 3. apakšnodaļā. Atzīmēsim, ka realizācija (3.6) ļauj projektēt gan filtrus ar noteiktiem AFR parametriem [12], [24], gan arī izvīrīt prasības AFR un vienam no filtra LR.

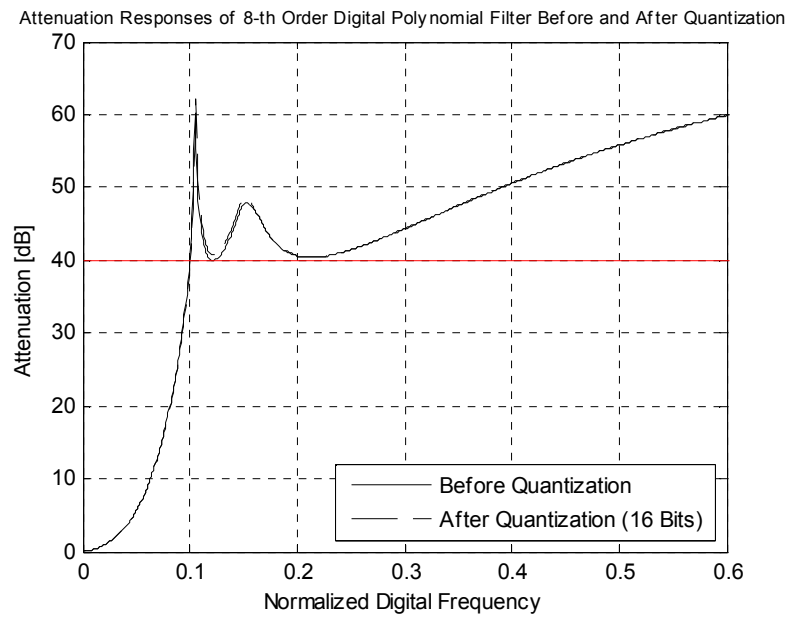
Optimizācijas procesā tiks variēti polinomiālo bikvādu koeficienti katrā kanālā, kā arī koeficients h_{01} . Ja uzdot $H(z^{-1})=1$, kad $\tilde{\Omega}=0$, tad koeficientu h_{01} var aprēķināt pēc formulas:

$$h_{02} = \left(1 - \frac{h_{01}}{\sum_{k=1}^K (1 + a_{1k})} \right) \cdot \sum_{m=1}^M (1 + a_{2m}). \tag{3.7}$$

Sintezēsīm 8. kārtas CF, izmantojot (3.6) un (3.7). Pieņemsim šādus filtra parametrus:

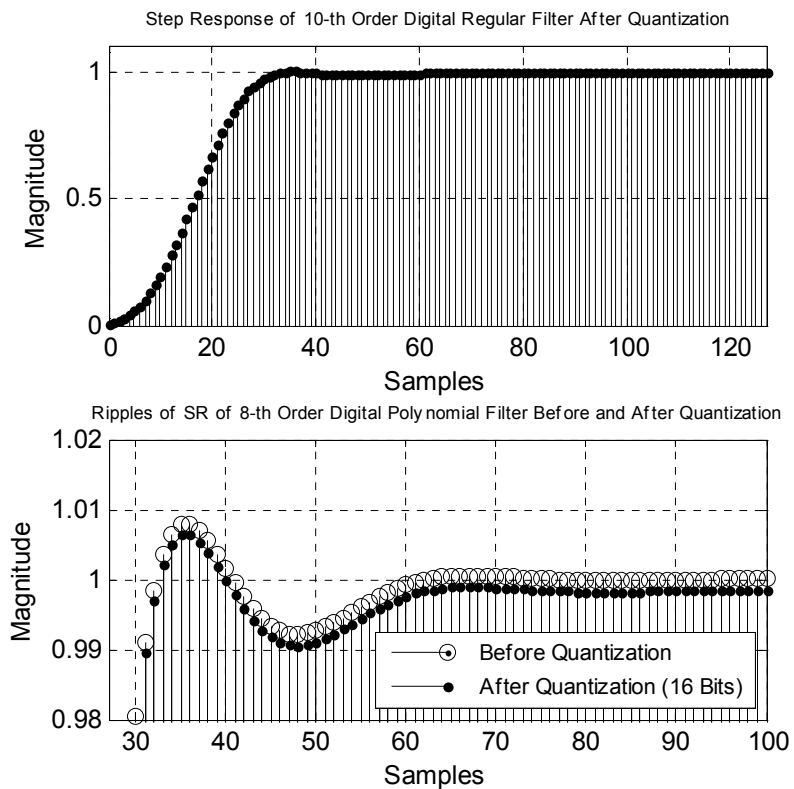
- $K = M = 4$,
- $H(z) = \frac{h_{01}}{(1 + a_{11}z^{-1} + a_{12}z^{-2})(1 + a_{13}z^{-1} + a_{14}z^{-2})} + \frac{h_{02}}{(1 + a_{21}z^{-1} + a_{22}z^{-2})(1 + a_{23}z^{-1} + a_{24}z^{-2})}$
- Robežfrekvence $\tilde{\Omega}_1 = 0.1$,
- Minimālais vājinājuma līmenis sprostjoslā $A_{\min} = 40\text{dB}$,
- PR pulsāciju līmenis $\delta = 1\%$.

Raksturlīknes, kas iegūtas optimizācijas rezultātā pirms un pēc koeficientu kvantēšanas doti 3.8.-3.9. attēlā.



3.8. att. Polinomiāla divkanālu ciparu filtra vājinājuma raksturlīknes pirms un pēc kvantēšanas (16 biti)

Parādīsim sintezētā filtra PR.



3.9. att. Polinomiāla divkanālu ciparu filtra PR pirms un pēc kvantēšanas (16 biti)

3.8. attēlā redzams, ka vājinājuma raksturlīkne satur pārvades nulles. Dotā PF veidošanas metode ir jutīga pret kvantēšanas kļūdām. Kvantējot mazāk par 15 bitiem vājinājuma raksturlīkne stipri izkropļojas, tādēļ demonstrēšanai 3.8. attēlā izvēlēta kvantēšana ar 16 bitiem (1 bits – zīmei, 1 bits – veselai daļai un 14 biti – aiz komata).

Pēc 3.9. attēla grafikiem ir redzams, ka izdevies iegūt PR ar uzdoto pulsāciju līmeni $\delta = 1\%$.

Parādīsim bikvādu koeficientus pēc kvantēšanas (16 biti):

First Channel:

ho1 =

-0.012084960937500

p1 =

1.0000000000000000 -1.756042480468750 0.799255371093750

p2 =

1.0000000000000000 -1.244384765625000 0.470886230468750

Second Channel:

ho2 =

0.014831542968750

p1 =

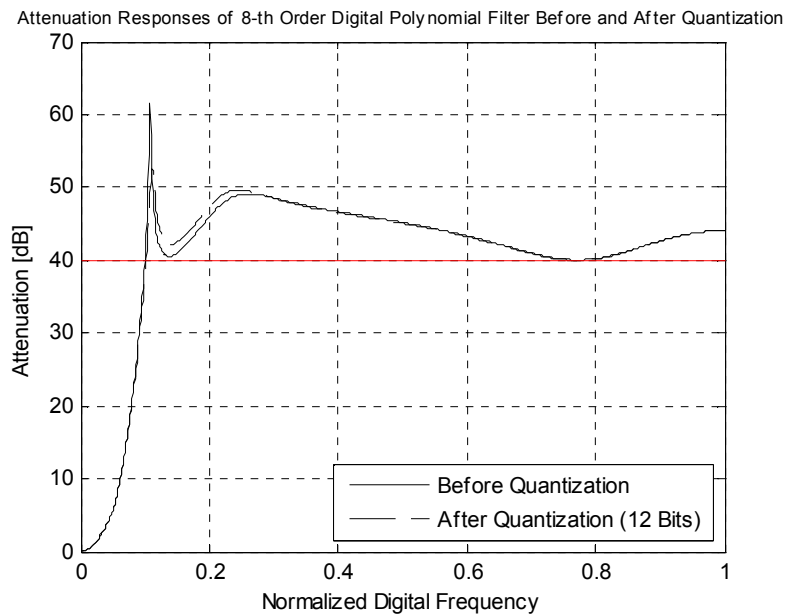
1.0000000000000000 -1.325378417968750 0.397827148437500

p2 =

1.0000000000000000 -1.537658691406250 0.629333496093750

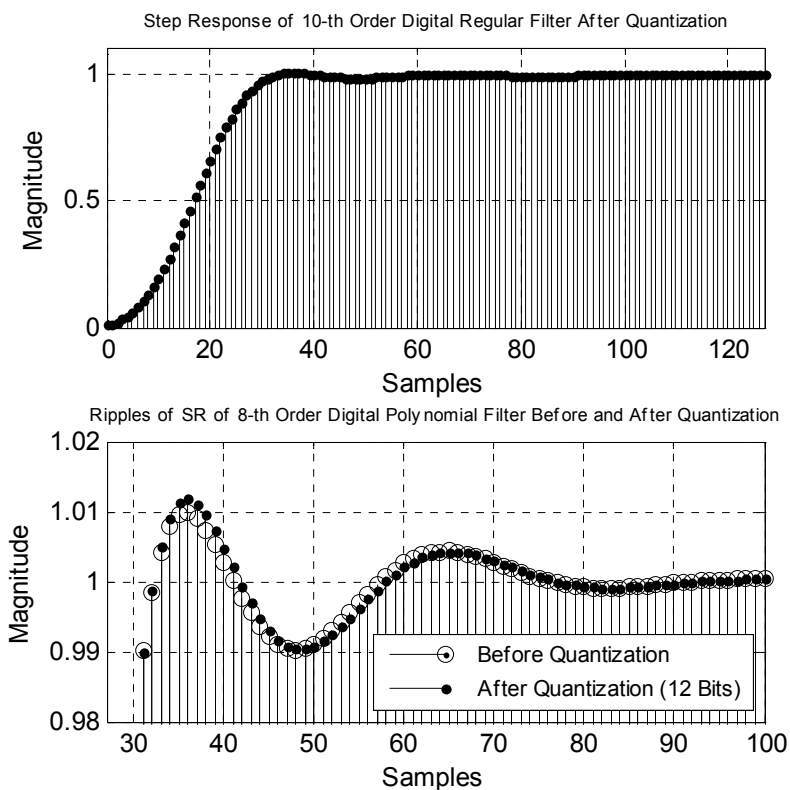
Principā nav obligāti izmantot katrā (3.6) kanālā vienādas kārtas polinomiālos filtrus. Nodemonstrēsim, piemēram, CF sintēzi ar tiem pašiem parametriem, kādi izmantoti iepriekšējā piemērā, tikai nomainīsim $K = 6$ un $M = 2$, t.i., PF

$$H(z^{-1}) = \frac{h_{01}}{(1 + a_{11}z^{-1} + a_{12}z^{-2})(1 + a_{13}z^{-1} + a_{14}z^{-2})(1 + a_{15}z^{-1} + a_{16}z^{-2})} + \frac{h_{02}}{(1 + a_{21}z^{-1} + a_{22}z^{-2})}$$



3.10. att. Polinomiālā divkanālu ciparu filtra vājinājuma raksturlīkne pirms un pēc kvantēšanas (12 biti)

Šādas metodes gadījumā 12 bitu koeficienti (16 bitu vietā iepriekšējā piemērā) vājinājuma raksturlīkni izkropļojuši nedaudz.



3.11. att. Polinomiālā divkanālu ciparu filtra PR pirms un pēc kvantēšanas (12 biti)

PR (3.11. att.) pēc kvantēšanas pārsniedza noteikto līmeni $\delta = 1\%$ par vienu procenta desmitdaļu. Pēc kāpumlaika PR 3.9. un 3.11. attēlā neatšķiras.

Parādīsim bikvādu koeficientus pēc kvantēšanas (12 biti)

First Channel:

ho1 =

-0.015625000000000

p1 =

1.0000000000000000 1.038085937500000 0.443359375000000

p2 =

1.0000000000000000 -1.764648437500000 0.781250000000000

p3 =

1.0000000000000000 -0.604492187500000 0.024414062500000

Second Channel:

ho2 =

0.024414062500000

p1 =

1.0000000000000000 -1.829101562500000 0.866210937500000

SECINĀJUMI

Apkopojot un analizējot ievadā formulēto uzdevumu risinājumus, nonākam pie šādiem secinājumiem:

1) Sintezējot CF ar uzdotajiem laika un frekvenču raksturlīkņu parametriem, konstatējam, ka daudzos gadījumos pazīstamās standarta procedūras tam nav piemērotas. Grūtības vispirms ir saistītas ar iegūstamo LR pulsāciju līmeni (Batervorta, Čebiševa un eliptiskiem filtriem) vai ar nepietiekamu selektivitāti (Gausa-Beseļa filtri). Gadījumiem, kad prasības, kas tiek izvirzītas pret raksturlīkņu parametriem, ir stingrākas, var izmantot speciālu Džesa-Šuslera filtru klasi. Tomēr agrāk publicētajiem risinājumiem ir nopietni trūkumi.

a) Pēdējo gadu publikācijās, kas veltītas SC un CF, Džesa-Šuslera filtru klase netiek pieminēta vispār. Autoram izdevās atrast vācu zinātnieku rakstus, kas publicēti 1965. gadā [5], kur pirmo reizi tika pieminēta šī klase, kā arī Krievijas zinātnieka A. Lanē monogrāfiju [30], kurā veikta Džesa-Šuslera filtru LR salīdzināšana analogajā apgabalā ar pētamiem potenciāli sasniedzamiem LR.

b) Nepastāv analītiskas PF aprēķinu metodes. Darbos [5], [30], [31] autori ir risinājuši prototipu sintēzes uzdevumu, izmantojot analogās skaitļošanas mašīnas PF parametru atrašanai. Rezultātā koeficientu precizitāte izrādījās nepietiekama, lai sintezētu

šaurjoslas joslu filtrus un sprostfiltrus. Turklāt ir ierobežots pats aprēķināmo prototipu kopums, kas traucē to plašāku pielietojumu.

- c) Darbos [5], [30], [31] tiek aplūkoti tikai analogie prototipi. CF sintēzē pēc analogiem prototipiem, nepastāv metodes, kas ļautu vienlaicīgi kontrolēt gan frekvenču, gan arī laika raksturlīkni.
- d) Džesa-Šuslera filtru PF saucēja saknes izvietotas relatīvi tuvu kompleksā mainīgā s plaknes imaginārai asij. Tas var izrādīties būtiski, ja rodas nepieciešamība kvantēt CF koeficientus, kas sintezēti, izmantojot prototipu. Ciparu filtra poli var iziet ārpus vienības riņķa līnijas robežām, kā rezultātā filtrs kļūs nestabils.

2) Izmantojot optimizācijas metodes prototipa PF koeficientu aprēķinā ar uzdotajām frekvenču un laika raksturlīknēm, rodas konceptuāla rakstura grūtības. Tā kā prasības, kas izvirzītas pret raksturlīknēm laika un frekvenču apgabalos, parasti izrādās pretrunīgas, nākas meklēt kompromisu.

Autors piedāvā prototipa koeficientu aprēķina metodi, kurā izmanto mērķa funkciju, kas sastāv no divām daļām. Viena daļa – tā ir soda funkcija AFR kontrolei, otra – laika raksturlīkņu kontrolei. Soda funkciju svars tiek noteikts ar rezultējošās mērķa funkcijas koeficientiem.

Izmantojot šādu pieeju, izdevās būtiski paplašināt Džesa-Šuslera filtru klases apjomu. Sintezēti prototipi līdz 10. kārtai ar $\delta = 0.1, 0.5, 1\%$ un $A_{\min} = 40, 60, 80\text{dB}$.

3) Lai nodrošinātu PF prototipu sakņu pietiekami tālu atrašanos no imaginārās ass kompleksajā s plaknē, kā arī lai iegūtu filtrus ar īpaši zemu pulsāciju līmeni (līdz pat 0%), tika izstrādāta jauna prototipu klase ar kārtām saknēm PF saucējā (t.s. regulārie filtri). Ir pierādīts, ka maksimāli selektīvai sistēmai ar reāliem PF poliem atbilst sistēma ar vienādiem poliem!

Jaunai sintezēto prototipu klasei piemīt unikālas īpašības:

- a) palielinoties filtra kārtai, tā pols novirzās kreisās pusplaknes dziļumā, respektīvi, sistēma kļūst robustāka un mazāk jutīga pret koeficientu novirzēm un, kas ir īpaši svarīgi, mazjutīga pret to kvantēšanu,
- b) LR (gan IR, gan arī PR) pulsāciju līmenis ir vienāds ar nulli,
- c) jebkuras kārtas prototipi noteiktajā AFR līmenī uz caurlaides joslas robežas viegli aprēķināmi analītiskā ceļā.

Jaunās klases trūkums ir relatīvi zema selektivitāte. Tās paaugstināšanai tika izmantotas speciālas PF skaitītāja veidošanas metodes. Klasiskā metode – reālo nulļu

veidošana PF skaitītājā – ļāva ievērojami paaugstināt jauno prototipu selektivitāti. Turklāt sintezētie filtri nezaudēja savas pamata īpašības LR pulsāciju līmeņa un jutības ziņā.

Sintēze tika veikta, izmantojot optimizācijas metodes kopā ar izstrādātajiem optimizējamo parametru skaita samazināšanas paņēmieniem. Turklāt, optimizācijas laikā nav nepieciešamības meklēt kompromisu starp laika un frekvenču raksturlīkņu parametriem, jo LR pulsāciju līmenis garantēti vienāds ar nulli.

Otra, neklasiskā, regulāro filtru PF skaitītāja veidošanas metode – tā ir kā reālo, tā arī komplekso nulļu izmantošana tajā. Šāda pieeja ir ērta, kad tiek izvirzītas papildus prasības pret PR kāpumlaiku (vai IR pamatlapiņas platumu). Šāda filtru sintēze ir sarežģītāka, jo ir nepieciešams ņemt vērā papildus frekvenču un laika raksturlīkņu parametrus. Mērķa funkcijas veidošanas metodes šādam gadījumam tomēr ir identiskas tām, kas aplūkotas 3. nodaļā.

Ir konstatēts fakts, ka, izmantojot kompleksas nulles, var iegūt nemonotonu AFR caurlaides joslā! Darbā doti prototipi ar vienādviļņu AFR caurlaides joslā. Turklāt rodas iespēja mainīt filtra laika raksturlīknes, neietekmējot tā AFR, nomainot zīmi skaitītāja koeficientiem pie nepāra s pakāpēm.

Izpētītas prototipu raksturlīknes ar kompleksiem kārtņiem poliem PF saucējā. Šie filtri ļauj apmierināt stingrākas prasības pret raksturlīkņēm, salīdzinot ar regulārajiem filtriem.

Dots CF sintēzes piemērs, izmantojot regulāro prototipu un sešu bitu koeficientus. Kā izrādījās, tāda kvantēšana praktiski neietekmē laika un frekvenču raksturlīkņu parametrus salīdzinot ar teorētiski iespējamu šīs pašas kārtas sistēmu.

4) Polinominālo CF struktūru izmantošana izrādījās ļoti efektīva, jo tā ļauj būtiski samazināt saskaitīšanas un reizināšanas operāciju skaitu. Tomēr šādu struktūru selektivitāte ir nepietiekama, jo īpaši, sintezējot platjoslas CF.

Sintezējot filtrus uzreiz diskrētā formā, parādītas divas pieejas polinominālo struktūru izmantošanai augsti selektīvu CF projektēšanai ar uzdotām LR.

Pirmā – tā ir tikai dažu nulļu pievienošana polinominālā CF struktūrai. Darbā dots piemērs, kad šāda filtra saucējā tiek izmantotas kompleksās kārtnās saknes. Turklāt šāda pieeja samazina koeficientu skaitu, kurus ir jāuzglabā pielietotā procesora ROM atmiņā. Darbā parādīts, ka šādu filtru raksturlīknes saglabā savus parametrus koeficientu 8 bitu kvantēšanas gadījumā.

Otrā – tā ir divkanālu realizācija. Rezultējošais filtrs pēc būtības ir divu polinominālu filtru paralēls savienojums. PF skaitītājā parādās pārvades nulles. Šis variants ļauj samazināt skaitļošanas operāciju skaitu divas reizes! Tiesa, rekomendējamā struktūra ir jutīgāka pret koeficientu kvantēšanas kļūdām.

LITERATŪRA

1. Antoniou A. Digital signal processing. Signals, systems and filters. – New York: McGraw-Hill, 2006. – 965 p.
2. Baher H. Analog & Digital signal processing. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2001. – 497 p.
3. Beķeris E. Signālu teorijas elementi. 1. daļa. – Rīga: Zinātne, 1998. – 198 lpp.
4. Haykin S. Communication systems. 4th Edition. – New York: John Wiley & Sons Inc., 2001. – 816 p.
5. Jess J., Schüssler H. On the Design of Pulse-Forming Networks. // IEEE Trans. On CT, 1965. – vol. 12, Nr. 3. – 393-400 p.
6. Li Tan. Digital signal processing. Fundamentals and applications. – New York: Elsevier, 2008. – 816 p.
7. Mitra S. Digital Signal Processing. – New York: McGraw-Hill, 2005. – 896 p.
8. MATLAB Documentation, Optimization Toolbox, fmincon. / Internets. – http://www.mathworks.com/access/helpdesk_r13/help/toolbox/optim/fmincon.html
9. MATLAB Documentation, Optimization Toolbox, fminsearch. / Internets. – http://www.mathworks.com/access/helpdesk_r13/help/toolbox/optim/fminsearch.html
10. Narnicka V., Šarkovskis S., Zeļenkovs A. Ciparu spektrālās analīzes pielietošanas pamati. – Rīga: RTU Izdevniecība, 2007. – 84 lpp.
11. Shenoī B.A. Introduction to digital signal processing and filter design. – New Jersey: Wiley-Interscience, 2006. – 423 p.
12. Sharkovsky S., Yermeyev V. The synthesis of high selective digital filters based on the two-channel realization. // Telecommunications and Electronics. – 2006. – Vol. 6, Ser. 7. – 12-15 p.
13. Sharkovsky S. Design of regular digital filters with specified time characteristics // Electronics and Electrical Engineering. – Kaunas: Technologija, 2007. – Nr. 6(78). – 25-28 p.
14. Sharkovsky S. The influence of the effect of quantization of digital regular filters coefficients on time and frequency characteristics. // Telecommunications and Electronics. – 2007. – Vol. 7, Ser. 7. – 33-35 p.
15. Yermeyev V., Sharkovsky S. Modeling and characteristics of self similar systems with high quality filtration. (In Russian) // Proceedings of the 6th International Conference

RELIABILITY and STATISTICS in TRANSPORTATION and COMMUNICATION (RelStat-06). – Riga: 2006. – 296-301 p.

16. Айфичер Э., Джервис Б. Цифровая обработка сигналов. Практический подход. Второе издание. – Москва: Вильямс, 2004. – 992 с.
17. Антонью. А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. – Москва: Радио и связь, 1983. – 320 с.
18. Белецкий А. Теоретические основы электропроводной связи. Ч.3: Синтез реактивных четырехполюсников и электрических фильтров. – Москва: Радио и связь, 1959. – 392 с.
19. Богнер Р., Константи́нидис А. Дж. Введение в цифровую фильтрацию. – Москва: Мир, 1976. – 216 с.
20. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация. – Москва: Мир, 1985. – 509 с.
21. Гоулд Б., Рэйдер Ч. Цифровая обработка сигналов. – Москва: Советское радио, 1973. – 368 с.
22. Еремеев В., Сипченко Д., Шарковский С. Синтез высокоизбирательных цифровых фильтров по частотным и временным характеристикам. // Transport and Telecommunication. – 2005. – Vol. 6, Nr. 3. – 417-430 с.
23. Еремеев В., Шарковский С., Шевчик А. Переходные характеристики высокоизбирательных цифровых фильтров с линеаризованными ФЧХ. // Transport and Telecommunication. – 2006. – Vol. 7, Nr. 4. – 29-34 с.
24. Еремеев В., Шарковский С. Синтез высокоизбирательных цифровых фильтров с минимальным числом умножителей и сумматоров. // Transport and Telecommunication. – 2006. – Vol. 7, Nr. 4. – 35-41 с.
25. Каппелини В., Константи́нидис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. – Москва, Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
26. Кетков Ю., Кетков А., Шульц М. MATLAB 7. Программирование, численные методы. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. – 752 с.
27. Курляндчик Л. Приближение к экстремуму // Квант. – 1981 – Nr.1 – 24-25 с.
28. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. Второе издание. – Москва: Бином, 2006. – 656 с.
29. Ланнэ А. А. Оптимальный синтез линейных электрических цепей. – Москва: Связь, 1969. – 293 с.

30. Ланнэ А. А. Потенциальные характеристики линейных фильтрующих цепей. – Москва: Связь, 1974. – 56 с.
31. Ланнэ А. А. Справочник по расчету и проектированию ARC-схем. – Москва: Радио и связь, 1984. – 368 с.
32. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – Москва: Техносфера, 2006. – 856 с.
33. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. – Москва: Мир, 1978. – 848 с.
34. Темеш Г., Митра С. Современная теория фильтров и их проектирование. – Москва: Мир, 1977. – 560 с.
35. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. – Москва: Радио и связь, 1989. – 440 с.
36. Хемминг Р. Цифровые фильтры. – Москва: Советское радио, 1980. – 224 с.
37. Херреро Д., Уилоннер Г. Синтез фильтров. – Москва: Советское радио, 1971. – 232 с.
38. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
39. Шетти К., Базара М. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. – Москва: Мир, 1982. – 583 с.