

ПЕРЕХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЫСОКОИЗБИРАТЕЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ЛИНЕАРИЗОВАННЫМИ ФЧХ

Виталий Еремеев, Сергей Шарковский, Александр Шевчик

*Институт транспорта и связи
ул. Ломоносова, 1, Рига, LV-1019, Латвия
Тел. (+371)7100650. Факс: (+371)7100660. E-mail: vy@tsi.lv*

Проблема синтеза рекурсивных цифровых фильтров с линейной фазой остается актуальной. Особый интерес представляют такие фильтры с хорошими временными характеристиками (в частности, переходными). Высокоизбирательные рекурсивные цифровые фильтры (Чебышева, эллиптические) обладают и существенно нелинейной ФЧХ, и относительно большим (около 20%) уровнем пульсаций временных характеристик.

В [1] предложен интересный подход к синтезу рекурсивных цифровых фильтров с линейной фазой и заданной АЧХ. Рекурсивный цифровой фильтр с линейной фазой $H(z)$ рассчитывается как аппроксимация функции передачи некаузальной КИХ модели с идеальной АЧХ и линейной ФЧХ. Синтезируемые таким способом фильтры имеют уровень выбросов переходной характеристики около 8%.

В тех же случаях, когда требования к временным характеристикам более строгие (около 1%), предлагается использовать специальную процедуру [2]. Синтезируемые фильтры имеют нетрадиционную АЧХ в полосе пропускания, обладают близким к потенциально достижимому коэффициенту прямоугольности и требуемое затухание в полосе задерживания. Представлены примеры и иллюстрации для сравнения рассматриваемых методик синтеза цифровых фильтров с линейной фазой с заданными параметрами временных характеристик.

Ключевые слова: *цифровые фильтры с линейной ФЧХ, требования к частотным и временным характеристикам, оптимизация формы временных характеристик*

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблема синтеза рекурсивных цифровых фильтров с линейной фазой изучалась многими авторами и всегда актуальна. Особый интерес представляют фильтры с малыми отклонениями временных характеристик от идеальных (в частности, переходных). Высокоизбирательные рекурсивные цифровые фильтры (Чебышева, эллиптические) обладают существенно нелинейной ФЧХ и относительно большим (около 20%) уровнем пульсаций временных характеристик.

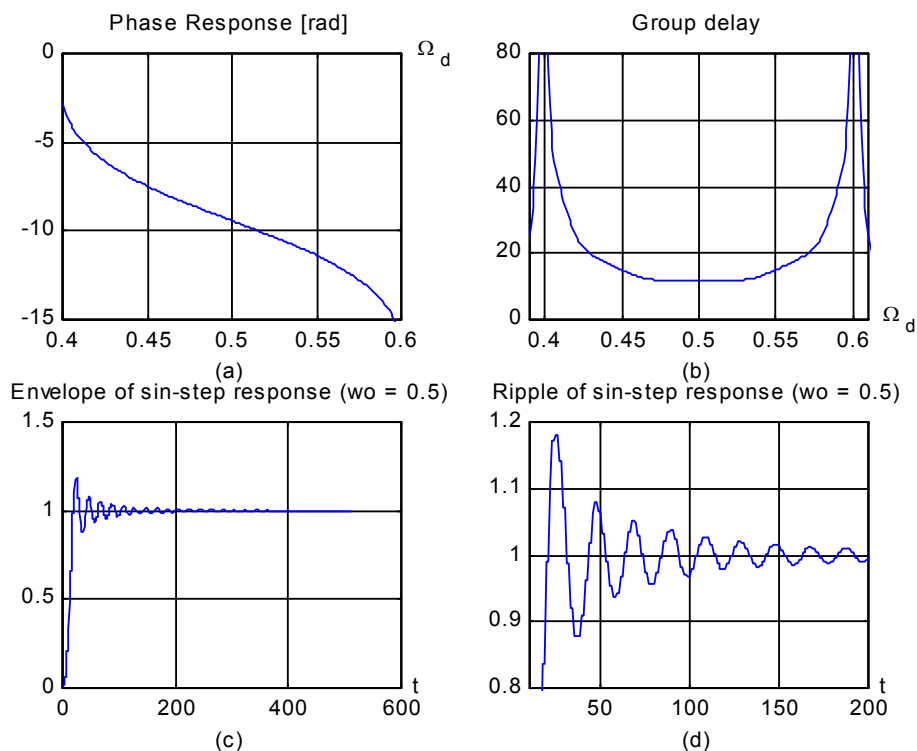


Рис. 1. Частотные и временные характеристики эллиптического фильтра седьмого порядка

На рис. 1а изображена ФЧХ цифрового полосового эллиптического фильтра шестого порядка в полосе пропускания. На рис. 1б – групповое время задержки (ГВЗ) в полосе пропускания. На рис. 1с и рис. 1д показана огибающая и ее пульсации при включении на вход эллиптического фильтра гармонического сигнала.

2. ДВА АЛГОРИТМА СИНТЕЗА ВЫСОКОИЗБИРАТЕЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ ФЧХ

Исследования в этой области дали интересные результаты. В частности, авторами статьи [1] предложена специальная техника синтеза рекурсивных цифровых фильтров. Она базируется на модели трансверсального цифрового фильтра с передаточной функцией $G(z)$ с линейной фазочастотной характеристикой. Используя методы аппроксимации и технику редуцированной сбалансированной реализации модели, получают рекурсивный цифровой фильтр относительно низкого порядка с передаточной характеристикой $H(z)$ и почти линейной ФЧХ. Так как исходный трансверсальный фильтр устойчив, результирующий рекурсивный фильтр также устойчив.

Методы расчета в [1] достаточно сложны. **Первую** процедуру определения $H(z)$ можно осуществить следующим способом:

1. Задаем требования к частотной характеристике коридорами допустимых значений.
2. Используя второй полиномиальный алгоритм Ремеза, находим передаточную функцию трансверсального цифрового фильтра:

$$G(z) = g_0 + g_1 z^{-1} + \dots + g_N z^{-N} = \sum_{n=0}^N g_n z^{-n}.$$

3. Определяем передаточную функцию $G(z)$ в терминах пространства состояний (A, B, C, D) .

4. Модифицируем $G(z)$ для получения рекурсивного цифрового фильтра с теми же характеристиками.

5. Используем итерационную технику редукции модели для понижения ее порядка

$$A_r = \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} A \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}, B_r = \begin{bmatrix} I_r & 0 \end{bmatrix} B \text{ и } C_r = C \begin{bmatrix} I_r \\ 0 \end{bmatrix}, D_r = D, \text{ где } r < N - \text{порядок } H(z)$$

и получаем передаточную функцию рекурсивного фильтра:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_r z^{-r}}.$$

Пример: пусть порядок трансверсального цифрового фильтра равен 70. Полосовой фильтр должен иметь частоты среза 0.2 и 0.4. Порядок $H(z)$ выберем равным 30-ти. АЧХ синтезированного цифрового фильтра показана на рис. 2а.

На рис. 2б совмещены характеристики затухания трансверсального и рекурсивного фильтров. На рис. 2с показана ФЧХ рекурсивного фильтра в полосе пропускания, а на рис. 2д показано отклонение ФЧХ от линейной в градусах. Как видно, ошибка находится в пределах $(-2 \div 2) \cdot 10^{-3}$ градусов, т.е. исключительно мала.

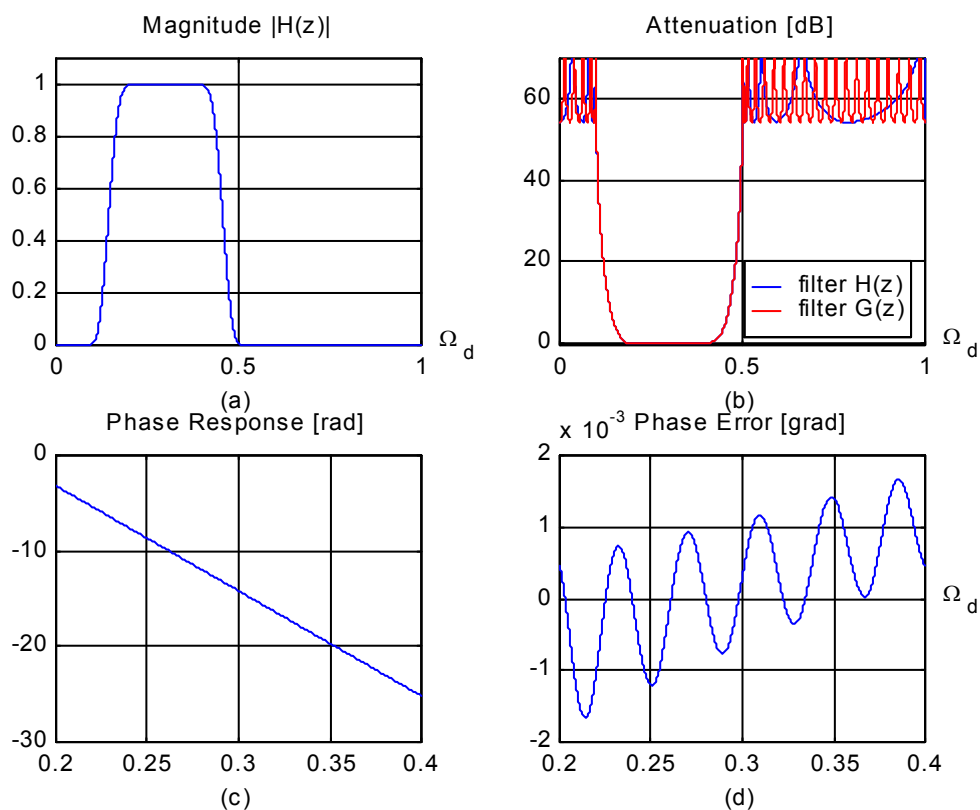


Рис. 2. Частотные характеристики синтезированного цифрового фильтра

Особый интерес представляет реакция системы на включение гармонического сигнала. Оказалось, что в этом случае уровень пульсаций огибающей сигнала на выходе синтезированного фильтра не превышает 8% (рис. 3), что существенно лучше, чем у соответствующих эллиптических фильтров.

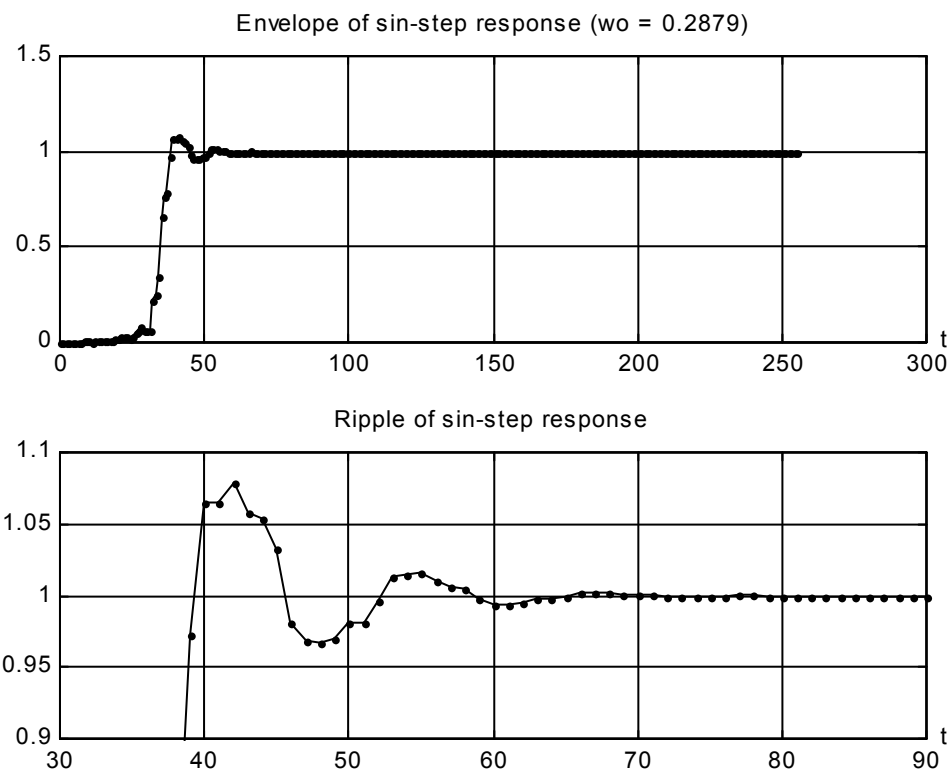


Рис. 3. Огибающая выходного сигнала в синтезированном фильтре

Коэффициенты фильтра $H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_r z^{-r}}$ будут представлены ниже.

Однако возможны ситуации, когда требования к временным характеристикам более строгие или порядок фильтра для обеспечения заданной степени линейности ФЧХ после редукции модели остается достаточно большим.

Для таких случаев разработан [2] **второй алгоритм** синтеза цифровых рекурсивных фильтров с оптимальными временными характеристиками. Он ориентирован на синтез цифровых рекурсивных фильтров по аналоговым прототипам класса Джесса-Шусслера [2] с использованием билинейного z -преобразования. Процедура гарантирует сохранение основных параметров их временных характеристик. Передаточные функции прототипов целесообразно представить в виде:

$$H(p) = K \frac{\prod_{\mu=1}^{m/2} (p^2 + z_{\mu}^2)}{\prod_{\nu=1}^n (p - p_{\nu})},$$

где p_{ν} – полюса, а z_{μ} – нули $H(p)$.

АЧХ фильтров этого класса имеют затухание в полосе задерживания не менее 40 дБ. В полосе пропускания форма АЧХ не оговаривается. Главное – обеспечена линейная ФЧХ (постоянное ГВП) почти во всей полосе пропускания и уровень пульсаций огибающей выходного сигнала экстремально низок (в пределах 1%). Порядок фильтров в несколько раз меньше, чем в первом случае. **Пример:** воспользуемся таблицей нулей и полюсов из [2] для синтеза фильтра $H_{ds}(z)$ седьмого порядка. Коэффициенты числителя и знаменателя $H_{ds}(z)$ приведены ниже.

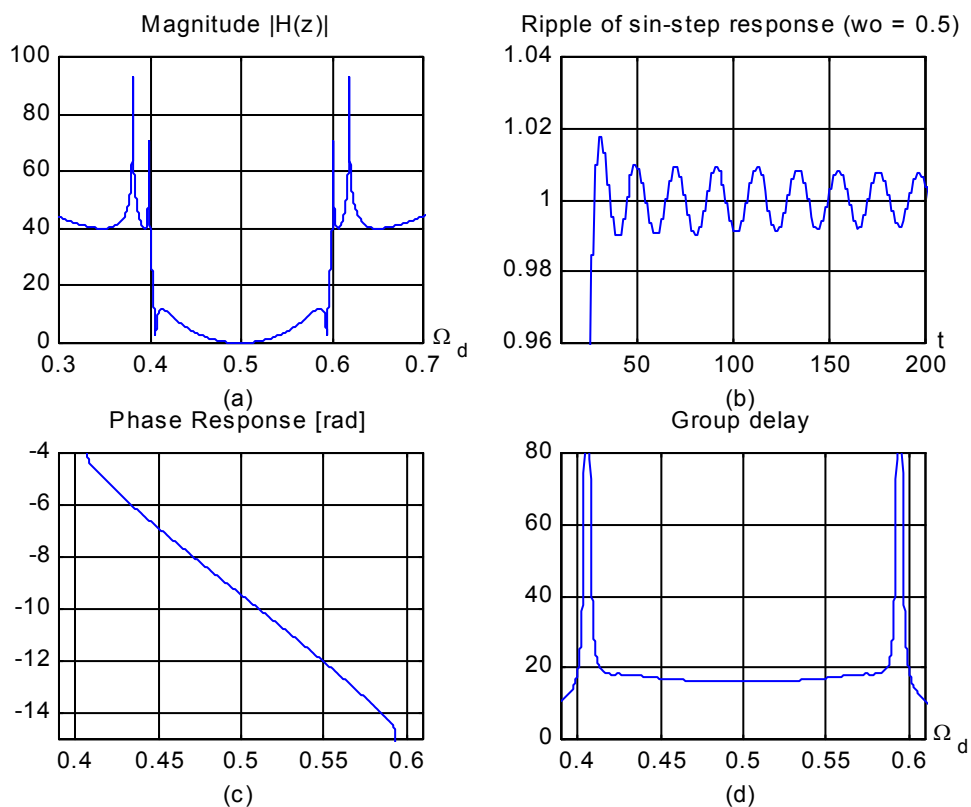


Рис. 4. Частотные и временные характеристики цифрового полосового фильтра седьмого порядка, синтезированного на классе фильтров Джесса-Шусслера

3. ВЫВОДЫ

Стандартные цифровые фильтры имеют большие выбросы временных характеристик и существенно нелинейную ФЧХ. В статье предложены два алгоритма для синтеза цифровых рекурсивных фильтров с почти линейной ФЧХ и оптимизированными временными характеристиками.

Первый алгоритм основан на синтезе изначально трансверсальной структуры, которая имеет требуемую АЧХ и идеальную ФЧХ. Рекурсивный цифровой фильтр с линеаризованной ФЧХ синтезируется как ее модификация. Процедура приводит к почти идеальной ФЧХ и примерно к двукратному уменьшению выбросов для огибающей.

Второй алгоритм – это синтез цифровых фильтров с использованием билинейного z -преобразования по прототипам фильтров класса Джесса-Шусслера. При этом форма и параметры временных характеристик аналоговых прототипов полностью сохраняются. Этот алгоритм может обеспечить любые, в том числе и сверхмалые, пульсации (менее 2%) огибающей при включении (выключении) гармонических сигналов на входе фильтра. Избирательность по соседнему каналу (или коэффициент прямоугольности) соответствует избирательности эллиптических фильтров этого же порядка.

Литература

- [1] Guoxiang Gu, Shenoj B.A. A Novel Approach to the Synthesis of Recursive Digital Filters with Linear Phase, *IEEE Tr. CAS*. Vol. 38, No. 6. 1991, pp. 602–612.
- [2] Еремеев В., Сипченко Д., Шарковский С. Синтез высокоизбирательных цифровых фильтров по частотным и временным характеристикам, *Transport and Telecommunication*, 2005, Vol. 6, No. 3, pp. 417–430.

Приложение 1

$$\text{Коэффициенты } H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_r z^{-r}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_r z^{-r}} :$$

b =

4.030580667502282e-004
 -6.097241060567527e-003
 4.369204316688524e-002
 -2.021836309601781e-001
 6.843687410902248e-001
 -1.808893386225918e+000
 3.877608860710097e+000
 -6.886606803904215e+000
 1.021193329667585e+001
 -1.252874412147867e+001
 1.217723745448893e+001
 -7.934638220889610e+000
 -1.639476267027931e-001
 1.045323679477463e+001
 -2.003260146304547e+001
 2.583331315732903e+001
 -2.587737356891375e+001
 2.012417547364930e+001
 -1.049561347032977e+001
 6.562824784487020e-002
 8.196847611401608e+000
 -1.253127525027367e+001
 1.283927322649993e+001
 -1.035850234159841e+001
 6.835096574454582e+000
 -3.690156846698685e+000
 1.590445107664451e+000
 -5.170032031055252e-001
 1.126063960236672e-001
 -1.222985299026616e-002

a =

1.000000000000000e+000
 -1.204300837654431e+001
 7.369147804670953e+001
 -3.036373587132984e+002
 9.422306396562474e+002
 -2.334318847893172e+003
 4.775942173283051e+003
 -8.230334525388458e+003
 1.205985839196198e+004
 -1.501452978479869e+004
 1.563293978401208e+004
 -1.294379954968404e+004
 7.085999626230532e+003
 5.702065564709476e+002
 -7.941227207673212e+003
 1.312010559040175e+004
 -1.513681600614461e+004
 1.419586954233245e+004
 -1.134883876085870e+004
 7.882487982920643e+003
 -4.790736702863051e+003
 2.549040171493690e+003
 -1.182089623086850e+003
 4.734046132498901e+002
 -1.613219184329525e+002
 4.572932043732017e+001
 -1.040966169364222e+001
 1.794858830108977e+000
 -2.098607266833883e-001
 1.259988138850489e-002

Коэффициенты $H_{ds}(z)$:

b =

1.689500025319158e+003
 -7.704928494717582e+003
 1.459505323284750e+004
 -9.396350252229824e+003
 -1.546202317657420e+004
 4.190748598861240e+004
 -3.841569681174900e+004
 0
 3.841569681174900e+004
 -4.190748598861240e+004
 1.546202317657420e+004
 9.396350252229824e+003
 -1.459505323284750e+004
 7.704928494717582e+003
 -1.689500025319158e+003

a =

-5.887728635591882e+005
 4.560975652738220e+006
 -1.880781585918616e+007
 5.232933220456170e+007
 -1.084158212299570e+008
 1.752991916871178e+008
 -2.271772957444164e+008
 2.390115420175041e+008
 -2.050463272823847e+008
 1.428015835424288e+008
 -7.970267240259968e+007
 3.471344505279260e+007
 -1.125667362916056e+007
 2.462644768349689e+006
 -2.868708807007626e+005