

Очевидно, что количество сумматоров и умножителей в бикваде уменьшится вдвое по сравнению с обычным биквадом. Принципиальной особенностью предлагаемой реализации является обязательная монотонность АЧХ в полосе задерживания. Поэтому такие синтезируемые фильтры имеют приемлемую избирательность только при проектировании узкополосных ФНЧ и ФВЧ. Тривиальное добавление биквадов для повышения избирательности автоматически увеличивает необходимое число операций и, как правило, неприемлемо.

2. КОНЦЕПЦИЯ УВЕЛИЧЕНИЯ ИЗБИРАТЕЛЬНОСТИ

Предлагается строить двухканальную реализацию (рис. 2) с использованием полиномиальных биквадов.

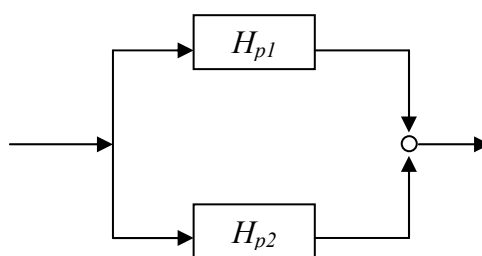


Рис. 2. Предлагаемая реализация

Результирующая передаточная функция синтезированного цифрового фильтра порядка N в общем случае будет такой:

$$\begin{aligned}
 H(z^{-1}) &= H_{p1}(z^{-1}) + H_{p2}(z^{-1}) = \\
 &= \frac{h_{01}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N/2} z^{-K}} + \frac{h_{02}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N/2} z^{-M}} = \\
 &= \frac{B_0 + B_1 z^{-1} + \dots + B_{N/2} z^{-N/2}}{1 + A_1 z^{-1} + \dots + A_N z^{-N}}, \quad (2)
 \end{aligned}$$

где $N = K + M$ и

H_{p1} , H_{p2} – передаточные функции каналов, состоящих из каскадно соединяемых полиномиальных биквадов. Эта реализация позволяет добиться увеличения избирательности за счет появления нулей передачи в полосе задерживания.

Цель работы – добиться такой избирательности синтезируемых фильтров, которая по крайней мере не уступает избирательности модифицированных фильтров Чебышева (передаточная функция которых есть константа, деленная на полином степени N) и стандартных биквадных фильтров Чебышева этого же порядка. Эта проблема, как упоминалось выше, особенно остра при проектировании широкополосных фильтров.

3. МЕТОД СИНТЕЗА ДВУХКАНАЛЬНЫХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ ФИЛЬТРОВ

Для синтеза предложенной двухканальной системы был выбран итерационный метод многопараметрической оптимизации с использованием стандартных функций пакета MATLAB [1-2]. Целью оптимизации является получение коэффициентов числителя и знаменателя оптимальной передаточной функции (2). Начальные значения коэффициентов a_k и b_n выбираются

нами из биквадных сомножителей знаменателя передаточной функции модифицированного фильтра Чебышева этого же порядка. Целевая функция составляется так, что при удовлетворении требований к АЧХ в полосе пропускания либо максимизируется уровень затухания во всей заданной полосе задерживания, либо при требуемом уровне затухания в ней минимизируется ее граничная частота.

В ходе оптимизации варьируются коэффициенты a_k и b_n передаточной функции фильтра, что, в свою очередь, определяет значение целевой функции. Оптимизация заканчивается, когда контролируемые параметры АЧХ синтезируемого фильтра будут соответствовать заданным, а выбранный ее оптимизируемый параметр станет экстремальным.

Детали алгоритма можно пояснить блок-схемой (рис. 3):

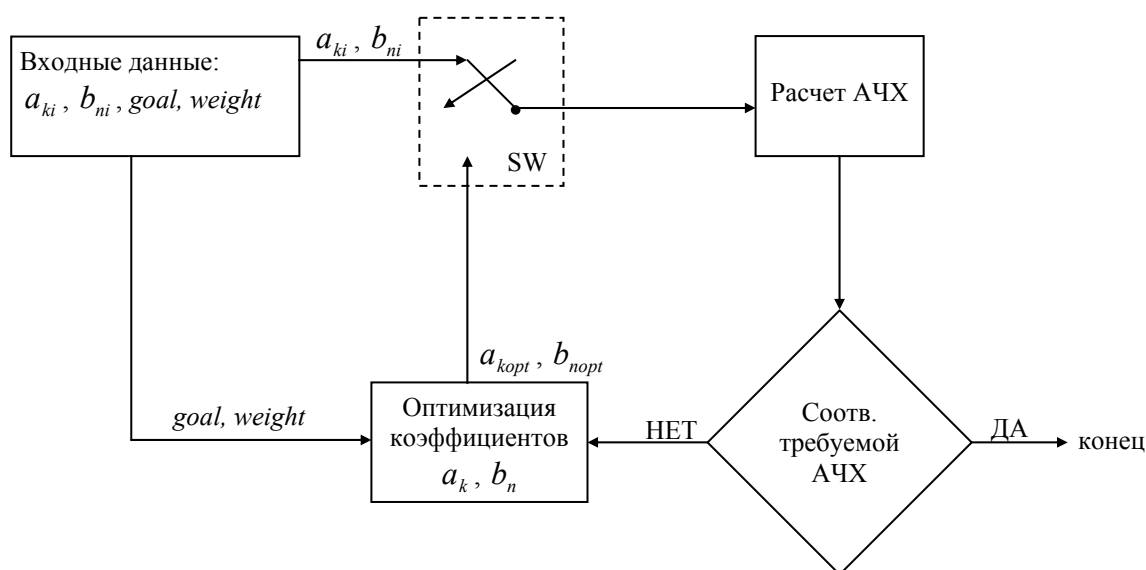


Рис. 3. Блок-схема алгоритма синтеза

Здесь a_{ki} и b_{ki} – начальные значения коэффициентов передаточной функции фильтра $H(z^{-1})$, $goal$ – целевая функция, $weight$ – вектор весовых коэффициентов для целевой функции, a_{kopt} и b_{kopt} – оптимизированные коэффициенты передаточной функции фильтра. Ключ SW нужен для передачи в блок расчета АЧХ оптимизированных коэффициентов a_{kopt} и b_{kopt} после первой итерации.

4. ПРИМЕР СИНТЕЗА ЦФНЧ

Синтезируем цифровой фильтр нижних частот (ЦФНЧ) десятого порядка и сравним его с характеристиками фильтров Чебышева первого рода и модифицированного фильтра Чебышева того же порядка. АЧХ задается равной единице в диапазоне частот от 0 до 0,5 и нулю в диапазоне частот от 0,56 до 1. Весовые коэффициенты $weight$ выбираются в интервале от нуля до единицы. Если $weight = 0$, то соответствующий ему частотный участок выделен как главный, а частотные участки с $weight = 1$ игнорируются в первую очередь. Переходная полоса частот от 0,5 до 0,56 не специфицирована, и поэтому в данном интервале нет необходимости расчета весов и целевой функции. В результате оптимизации получены следующие АЧХ (коэффициенты передаточной функции приведены в конце статьи в Приложении 1):

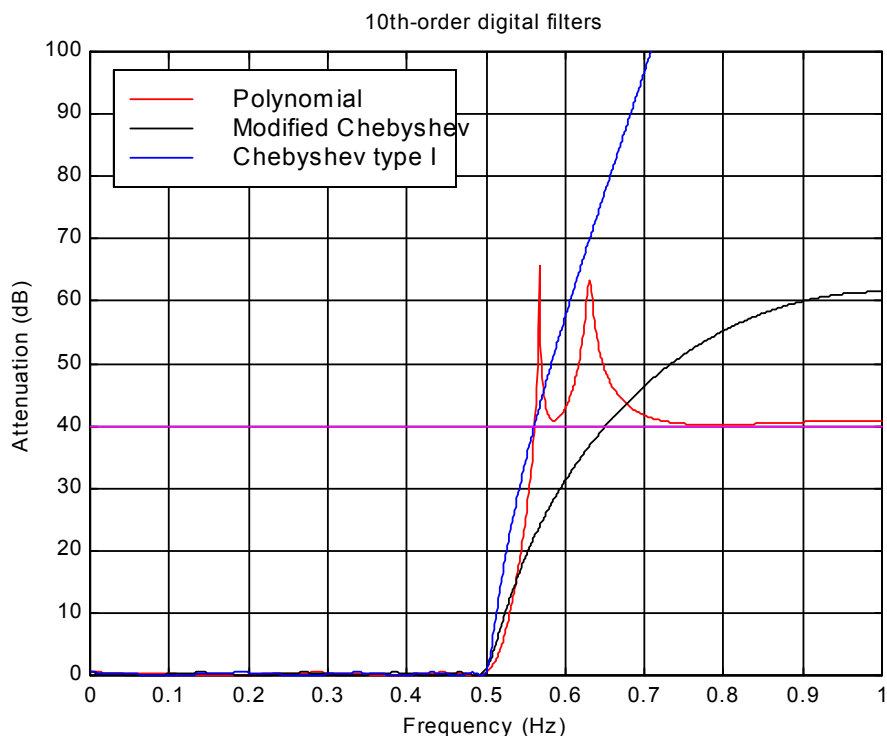


Рис. 4. Характеристики затухания фильтров 10-го порядка

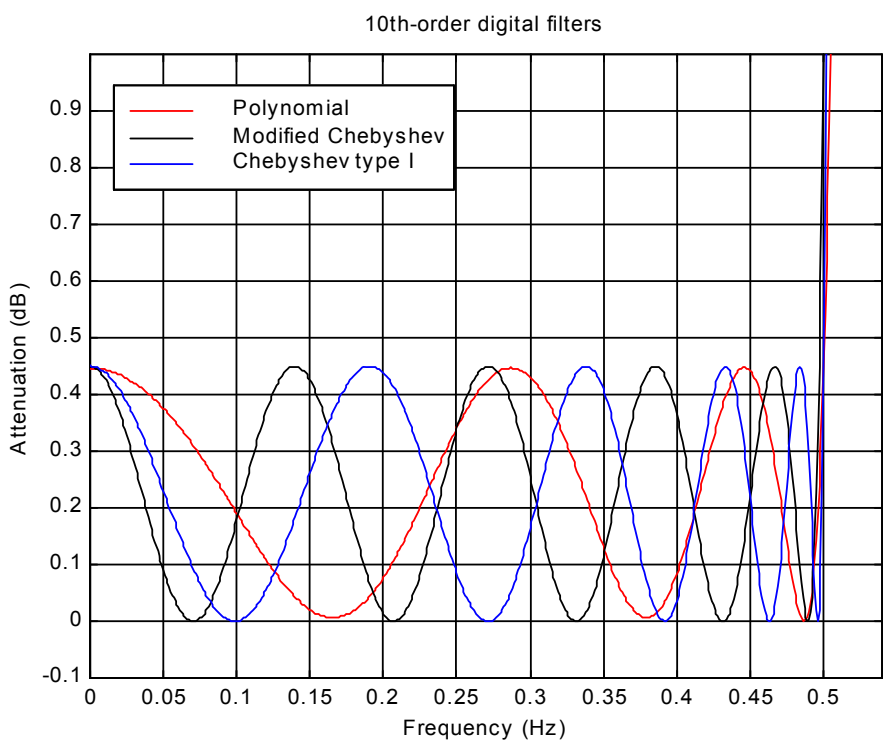


Рис. 5. Характеристики затухания фильтров 10-го порядка в полосе пропускания

Из рис. 4 видно, что АЧХ фильтров, синтезированных по предложенной методике (красный цвет), имеют нули в полосе задерживания, значительно выигрывают по избирательности у модифицированных фильтров Чебышева (черный цвет) и не уступают стандартным биквадным фильтрам Чебышева первого рода (синий цвет). При этом количество умножителей и сумматоров уменьшено практически наполовину по сравнению со стандартными процедурами.

Синтезированные фильтры устойчивы, т.к. корни знаменателя передаточной функции лежат внутри единичной окружности плоскости z (рис. 6).

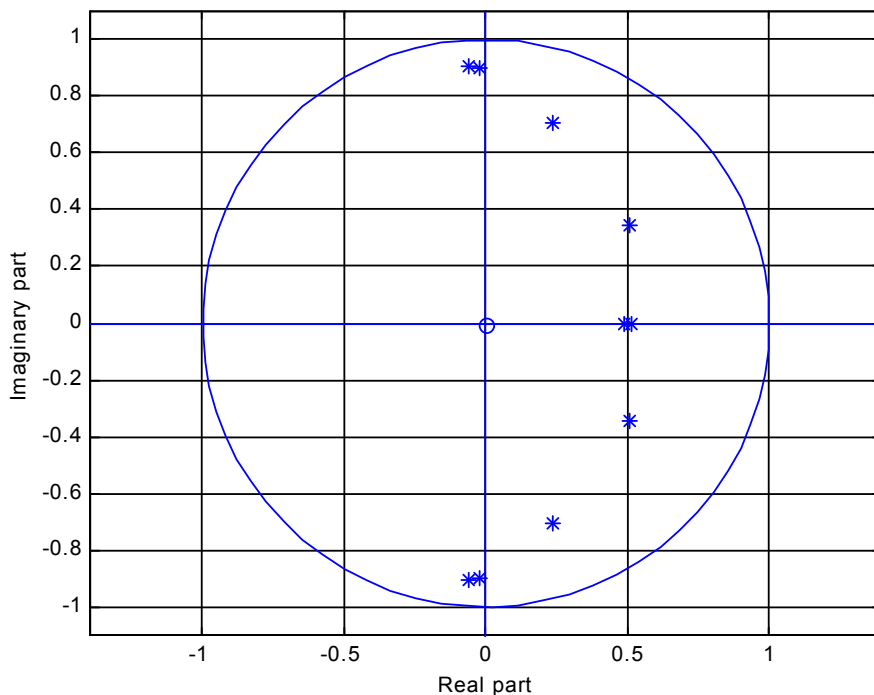


Рис. 6. Дислокация корней знаменателя $H(z^{-1})$ на плоскости z

Значительный интерес представляет характеристика ГВЗ (групповое время задержки) в полосе пропускания синтезированных фильтров (рис. 7).

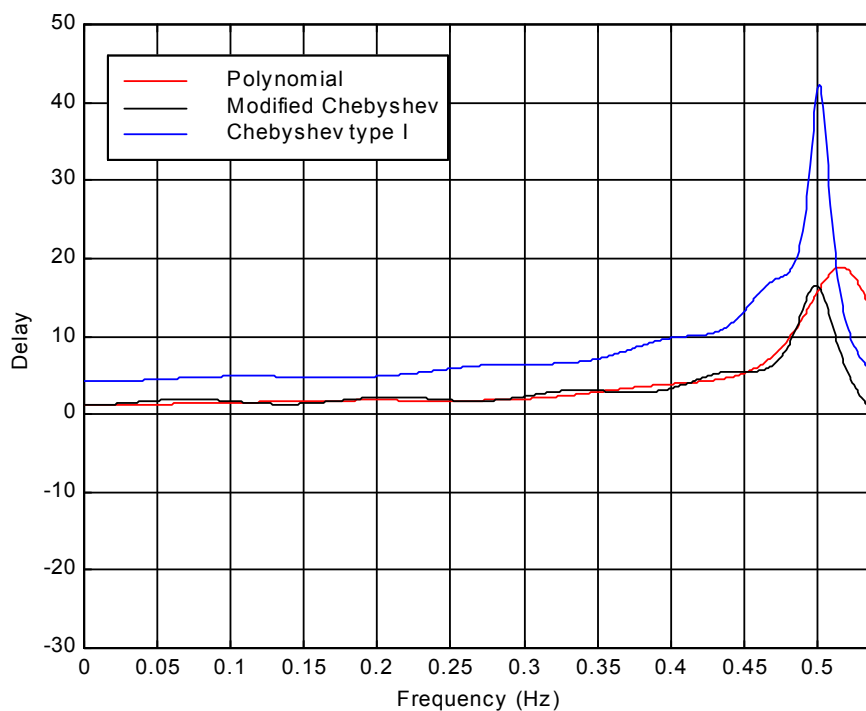


Рис. 7. ГВЗ фильтров 10-го порядка в полосе пропускания

Из графиков на рис. 7 видно, что у предложенной реализации уровень ГВЗ ниже, а гладкость выше, чем у стандартного биквадного фильтра Чебышева, и не уступает параметрам ГВЗ модифицированного фильтра Чебышева.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена новая реализация и разработана техника синтеза цифровых фильтров с минимальным числом выполняемых операций. Изложены этапы итеративного синтеза двухканальной системы, составленной из каскадно-включенных полиномиальных биквадных структур в каждом канале. В этом случае получаются необходимые для увеличения избирательности полюсы затухания, а требования к АЧХ удовлетворяются при меньшем числе каскадов. Синтез базируется на эффективной процедуре многопараметрической локальной оптимизации.

Литература

- [1] http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_1/16.php
- [2] http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_4/2/fgoalattain.php

Приложение 1

$$H(z^{-1}) = H_{p1}(z^{-1}) + H_{p2}(z^{-1}) = \\ = \frac{h_{01}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_5 z^{-5}} + \frac{h_{02}}{1 + b_1 z^{-1} + \dots + b_5 z^{-5}}$$

Коэффициенты первого полинома $H_{p1}(z^{-1})$:

a =

1.0000000000000000
-1.38177306158033
1.51927324513932
-1.32535522483869
0.70361141152107
-0.15377592104818

h01 = 0.99145623733750

Коэффициенты второго полинома $H_{p2}(z^{-1})$:

b =

1.0000000000000000
-0.93368482558872
1.55517911911398
-1.03724284346453
0.62947295431846
-0.22937256421078

h02 = -0.77728814676156