

## MODELLING AND CHARACTERISTICS OF SELF-SIMILAR SYSTEMS WITH HIGH QUALITY FILTRATION

*Vitaly Yeremeyev, Sergey Sharkovsky*

In this paper a new conception of digital self-similar systems design, which time and frequency characteristics are satisfied to the specification, but its realization is simpler comparing with standard procedures, is offered. The basic cascade connection of the unified biquades is chosen. There are added two matched biquades. Usually no more than ten constants should be stored in memory. The program realization as well as hardware realization of selfsimilar systems is simpler than traditional. Biquades coefficients are found by local optimization.

The DLPF design example of the 10-th order, which characteristics are compared with the characteristics of Chebyshev's filters with the same order and same requirements, is shown in the article; DLPF of the 14-th order with specified requirements of step response is shown as well. The characteristics and parameters of the synthesized filters are investigated.

**Keywords:** self-similar systems, digital filters, time and frequency characteristics requirements, transfer function of multiple poles, parameter of time and frequency characteristics optimization, biquad realization

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И ХАРАКТЕРИСТИКИ САМОПОДОБНЫХ СИСТЕМ ВЫСОКОКАЧЕСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

*Виталий Еремеев, Сергей Шарковский*

*Институт транспорта и связи  
ул. Ломоносова, 1, Рига, LV-1019, Латвия  
Тел.: (+371)-7100650, факс: (+371)-7100660, e-mail: vy@tsi.lv*

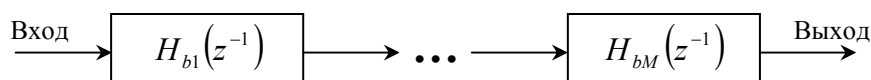
Предложена новая концепция синтеза цифровых структурно самоподобных систем, частотные и временные характеристики которых удовлетворяют заданным, а реализация более простая по сравнению со стандартными процедурами. Базовым выбрано каскадное соединение одинаковых биквадов с добавлением двух согласующих. Для программной реализации хранится не более десяти констант. И программная и аппаратная реализация существенно проще традиционных. Коэффициенты биквадов найдены локальной оптимизацией.

Приведен пример синтеза ЦФНЧ 10 порядка, характеристики которого сравниваются с характеристиками фильтра Чебышева того же порядка и при тех же требованиях. Показан синтез ЦФНЧ 14 порядка с заданными требованиями к переходной характеристике. Приведены характеристики и параметры синтезированных фильтров.

**Ключевые слова:** структурно самоподобные системы, цифровые фильтры, требования к частотным и временным характеристикам, кратные полюса передаточной функции, оптимизация параметров частотных и временных характеристик, биквадная реализация

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Проектирование цифровых рекурсивных фильтров, которые удовлетворяют заданным требованиям к нескольким характеристикам и одновременно с этим просты в реализации по сравнению с известными, всегда актуально для специалистов по цифровой обработке сигналов. При проектировании цифровых рекурсивных фильтров традиционно используют аппроксимации Баттерворта, Чебышева, Бесселя, изоекстремальные и многие другие. Популярная их реализация – каскадная, т.е. биквадная (звенья второго порядка), реализация, которая в общем случае выглядит следующим образом (см. рис. 1).



*Рис. 1. Биквадная реализация*

Здесь для фильтров четных порядков  $M = N/2$  и  $H_{bk}(z^{-1}) = \frac{b_{k0} + b_{k1}z^{-1} + b_{k2}z^{-2}}{1 + a_{k1}z^{-1} + a_{k2}z^{-2}}$ , при  $k = 1 \dots M$ . Для фильтров нечетных порядков  $M = (N + 1)/2$ ,  $H_{bk}(z^{-1}) = \frac{b_{k0} + b_{k1}z^{-1} + b_{k2}z^{-2}}{1 + a_{k1}z^{-1} + a_{k2}z^{-2}}$ , при  $k = 1 \dots (M - 1)$  и  $H_{bM}(z^{-1}) = \frac{b_{M0} + b_{M1}z^{-1}}{1 + a_{M1}z^{-1}}$ . Очевидно, нам потребуется хранить одновременно

$5M$  значений коэффициентов для фильтров четных порядков и  $5M - 2$  коэффициентов для фильтров нечетных порядков, что при больших  $N$  может оказаться неприемлемым. В ряде случаев для аппаратной или программной реализации очень хотелось бы иметь унифицированные звенья в составе такого каскадного соединения.

В данной статье рассматривается новая концепция проектирования цифровых рекурсивных фильтров с помощью биквадной реализации, которая в общем случае выглядит так (рис. 2):

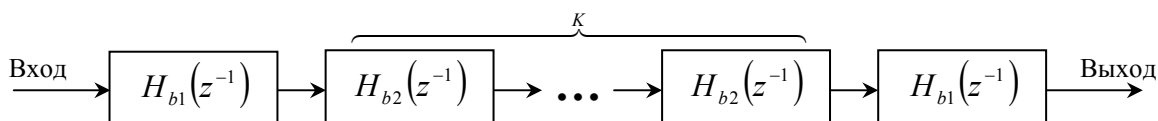


Рис. 2. Реализация с использованием унифицированных звеньев

В этом случае  $H_{b1}(z^{-1}) = \frac{b_{10} + b_{11}z^{-1} + b_{12}z^{-2}}{1 + a_{11}z^{-1} + a_{12}z^{-2}}$ ,  $H_{b2}(z^{-1}) = \frac{b_{20} + b_{21}z^{-1} + b_{22}z^{-2}}{1 + a_{21}z^{-1} + a_{22}z^{-2}}$  и  $K > 0$ .

Как видно из рис. 2, общее количество множителей, сохраняемых в ПЗУ, всегда не более десяти при любом порядке фильтра, а аппаратная или программная реализация значительно проще. Как будет показано ниже, при использовании такой системы можно получать хорошие частотные и временные характеристики фильтра.

## 2. СИНТЕЗ ЦФНЧ С ЗАДАНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ К АЧХ

Покажем, что с помощью нового метода можно получать амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) не хуже чем у фильтров Чебышева первого рода того же порядка.

Для нахождения коэффициентов биквадов  $H_{b1}(z^{-1})$  и  $H_{b2}(z^{-1})$  был выбран итерационный метод локальной оптимизации с использованием стандартных функций пакета MATLAB [3], который уже использовался авторами статьи ранее [1]. Входными данными блока оптимизации могут быть требуемые параметры как амплитудно-частотной характеристики, так и одной из временных характеристик (в нашем случае – переходной).

В качестве примера сравним АЧХ фильтра Чебышева первого рода 10 порядка с АЧХ предлагаемого фильтра (рис. 2). Ясно, что  $K = 3$ . Коэффициенты биквадов  $H_{b1}(z^{-1})$  и  $H_{b2}(z^{-1})$ , полученные с помощью указанной оптимизации, равны:

b1 =	0.29192246006399	0.15211250314525	0.13077791987071
b2 =	0.67759117822912	-0.54642925473671	0.67634985544519
a1 =	1.00000000000000	-0.72246900489605	0.24168173957638
a2 =	1.00000000000000	-0.93958856592357	0.80499694921226

При проектировании были выбраны следующие параметры АЧХ: нормированная частота среза  $\omega_1 = 0.3$ , затухание на контрольной частоте  $\omega_k = 0.35$   $a_{\min} \geq 40dB$ . Для фильтра Чебышева было выбрано  $\omega_1 = 0.3$ ,  $a_{\max} = 0.254$ . Сопоставляемые АЧХ показаны на рис. 3.

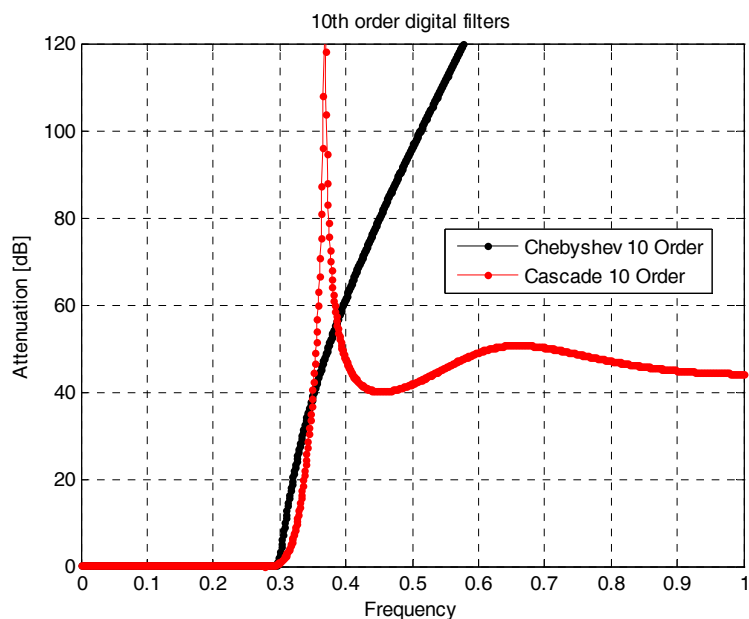


Рис. 3. Характеристики затухания сопоставляемых фильтров 10 порядка

Как видно из графика рис. 3, АЧХ предлагаемого фильтра не уступает в избирательности фильтру Чебышева первого рода того же порядка. Однако при синтезе должна быть решена проблема пульсаций АЧХ в полосе пропускания, так как при каскадном включении биквадов их затухания суммируются. В нашем случае почти все биквады одинаковые, поэтому мы будем суммировать одни и те же кривые затухания. Кроме того, понятно, что в полосе пропускания будет отсутствовать характерная для фильтров Чебышева равномерность пульсаций АЧХ (рис. 4). Эта проблема решается включением дополнительных биквадных структур с характеристикой затухания по форме инверсной к основным. На рис. 2 такие структуры показаны крайними.

Интересно сравнить и временные характеристики. На рис. 5 показаны переходные характеристики сопоставляемых фильтров. Видно, что первый выброс у фильтров Чебышева и время нарастания у них несколько выше. Это объясняется перераспределением энергии спектральных составляющих, сосредоточенных в полосе задерживания. Таким образом, переходная характеристика у синтезированного фильтра (рис. 2) лучше, чем у фильтра Чебышева того же порядка.

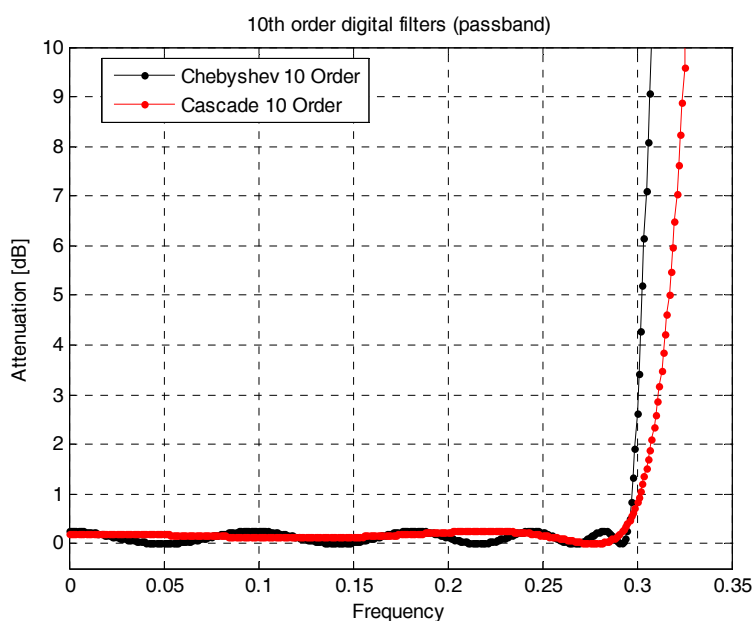


Рис. 4. Характеристики затухания сопоставляемых фильтров 10 порядка в полосе пропускания

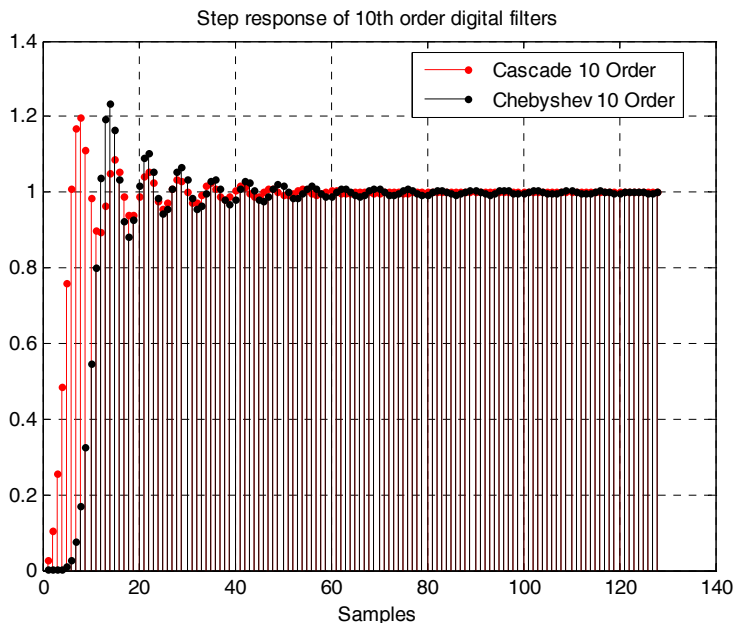


Рис. 5. Переходные характеристики сопоставляемых фильтров 10 порядка

### 3. СИНТЕЗ ЦФНЧ С ЗАДАНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ К ПЕРЕХОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ

В [1] авторами был показан синтез ЦФ с передаточными функциями, имеющими кратные корни в их знаменателе. Доказано, что наличие кратных корней в знаменателе гарантирует переходные характеристики с экстремально низкими выбросами (до 0.5%). Система на рис. 2 как раз и имеет кратные корни, поэтому логично предположить, что у нее также можно получить переходные характеристики с исключительно низкими выбросами. Задав при оптимизационном поиске коэффициентов соответствующие требования к переходной характеристике, в результате ряда итераций получен фильтр 14 порядка с характеристикой затухания, показанной на рис. 6.

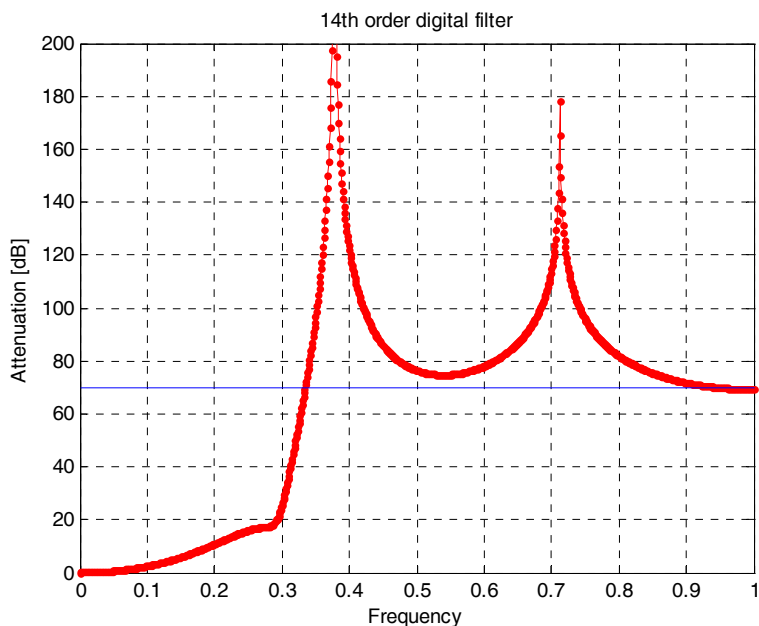


Рис. 6. Характеристики затухания синтезированного фильтра 14 порядка

На рисунке видно, что кривая в полосе пропускания имеет нехарактерную для традиционной фильтрации форму [1]. Затухание на контрольной частоте равно  $a_{\min} = 70dB$ . Переходная характеристика приведена на рис. 7 и 8. Уровень пульсаций ее не превышает одного процента.

Коэффициенты, полученные в ходе синтеза, следующие:

$$\begin{aligned}
 b1 &= 0.07797565134107 & 0.09647941636901 & 0.07797565134107 \\
 b2 &= -0.53707717629099 & 0.40385739734949 & -0.53707717629099 \\
 a1 &= 1.000000000000000 & -1.13794825990780 & 0.89505573191871 \\
 a2 &= 1.000000000000000 & -0.65138727471858 & 0.17295287696412
 \end{aligned}$$

Стоит отметить, что в данном случае достаточно хранить в ПЗУ значения восьми коэффициентов умножителей, т.к.  $b_{10} = b_{12}$  и  $b_{20} = b_{22}$ .

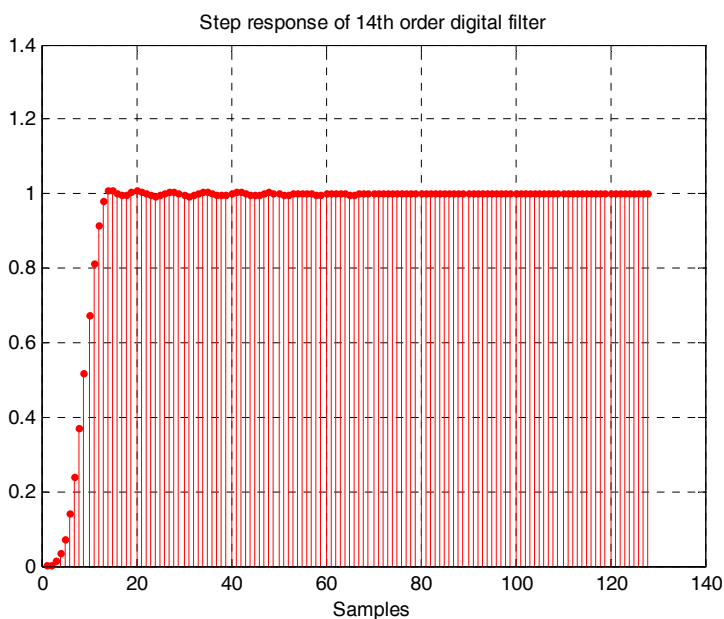


Рис. 7. Переходная характеристика синтезированного фильтра 14 порядка

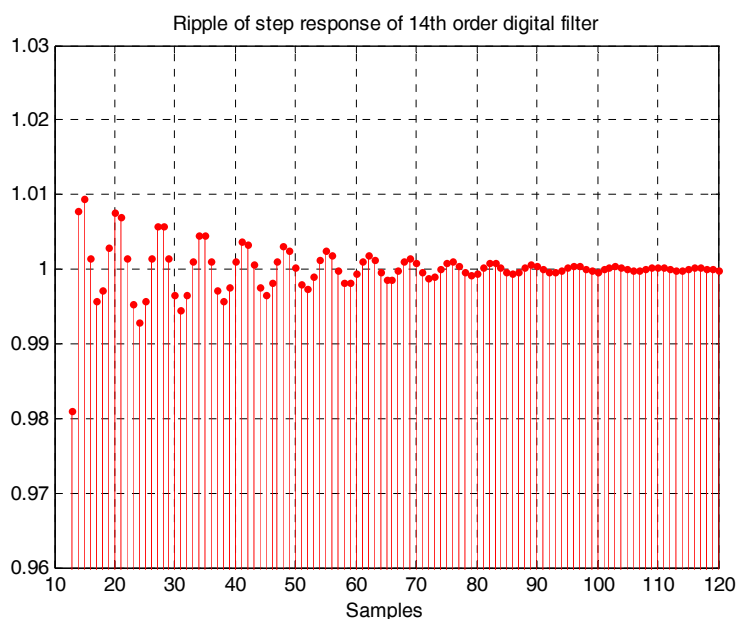


Рис. 8. Детализированная переходная характеристика синтезированного фильтра 14 порядка

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показана новая концепция синтеза ЦФ (рис. 2). Используя данную систему, можно получать как высокоизбирательные фильтры, которые не уступают известным, а иногда значительно их превосходят (рис. 3–5). Эти фильтры обеспечивают минимальные или заданные пульсации переходных характеристик (рис. 6–8).

Главное достоинство – это простота реализации и малое количество используемой рабочей памяти (ПЗУ), так как число операндов, которые следует хранить, не более десяти.

## Литература

- [1] Еремеев В., Сипченко Д., Шарковский С. Синтез высокоизбирательных цифровых фильтров по частотным и временным характеристикам. *Transport and Telecommunication*, Riga, TSI, Vol. 6, No. 3, 2005, pp. 417 – 430.
- [2] Ланнэ А. А. *Потенциальные характеристики линейных фильтрующих цепей*. М.: Связь, 1974.
- [3] Трифонов А. Г. *Постановка задачи оптимизации и численные методы ее решения* – [http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book\\_2/index.php](http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/index.php)