

LATVIJAS JŪRAS AKADĒMIJA

9. starptautiskā konference

UDENS TRANSPORTS
UN INFRASTRUKTURA
2007

9th International Conference

MARITIME TRANSPORT
AND INFRASTRUCTURE
2007

RĪGA,
2007. GADA 19.-20. APRĪLIS

DAŽĀDU APRĒĶINU SHĒMU VĒRPES SVĀRSTĪBU PĒTĪŠANAI SALĪDZINĀJUMS

COMPARISON OF DIFFERENT MASS-ELASTIC MODELS FOR TORSIONAL VIBRATION STUDY

Rihards Indriksons

Latvijas Jūras akadēmija, Flotes iela 5B, LV-1016, Latvija,
E-pasts: rihards.indriksons@latja.lv

Annotation

This paper offers a simple method for the calculation of natural frequencies and forms of torsional vibration. By the means of this method calculations are made and results are compared for different mass-elastic models of the ship propulsion system.

Ievads

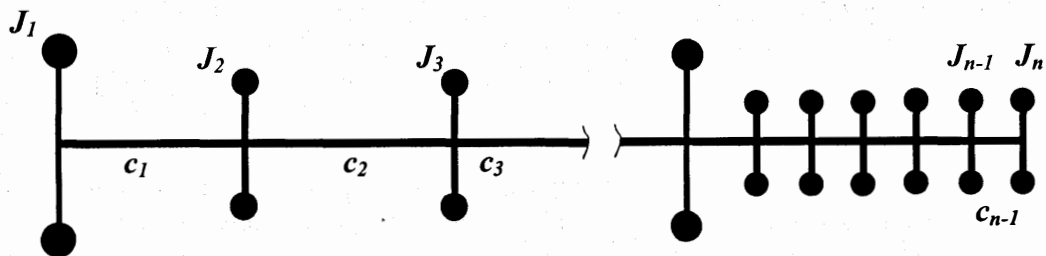
Mainīgais gāzu spiediens kuģa dīzeļdzinēja cilindros rada periodiski mainīgu griezes momentu, kurš savukārt izsauc griezes svārstības visā propulsīvā iekārtā – dzinēja kloķvārpstā, dzenskrūves piedziņas vārpstā un dzenskrūvē. Ja griezes momenta maiņas frekvence ir tuva propulsīvās iekārtas pašsvārstību frekvencei, tad rodas visai ievērojamas dzenskrūves rotācijas ātruma svārstības, kā arī savērpes leņķa svārstības gan dzenskrūves piedziņas vārpstā, gan arī kloķvārpstā. Šādas svārstības gan pazemina dzenskrūves darbības efektivitāti, gan arī izsauc papildus periodiski mainīgus spriegumus dzenskrūves piedziņas vārpstā un kloķvārpstā.

Lai būtiski nesamazinātu gan dzenvārpstas, gan arī kloķvārpstas kalpošanas ilgumu, energoiekārtai tiek noteiktas tā saucamās "aizliegtās" apgriezīnu zonas, kurās ilgstošs energoiekārtas darbs ir noliegts [1]. Eksploatējot energoiekārtu, šīs apgriezīnu zonas atļauts tikai pāriet, pie tam pēc iespējas īsākā laika posmā. Tomēr kuģa eksploatācijas periodā remontu un modernizācijas laikā dažkārt nākas izmainīt propulsīvās iekārtas daļu stingumus un inerces momentus. Pirms šādu izmaiņu izdarīšanas nepieciešams jauns griezes svārstību aprēķins, kurā nepieciešams ne tikai noteikt sistēmas pašsvārstību frekvences, bet arī griezes svārstību formas, jo ierosinājā griezes momenta maiņas frekvencei tuvojoties pašsvārstību frekvencei tieši relatīvais savērpes leņķis nosaka spriegumu maiņas amplitūdu un līdz ar to arī vārpstu ilgizturību [2]. Aprēķinos parasti propulsīvo iekārtu parasti aizstāj ar "bezmasu" vārpstu, uz kuras nostiprināti diski, kas atbilst dzenskrūvei, spara ratam, dzinējam, dzenvārpstas daļu savienojumiem un citiem iekārtas elementiem.

Lai samazinātu aprēķinu darbietilpību, aprēķinu shēmu nereti vienkāršo aplūkojot atsevišķi dzenvārpstu ar uz tās nostiprinātiem elementiem un spara rata inerces momentam pieskaitot reducēto dzinēja kloķvārpstas inerces momentu un atsevišķi – dzinēja kloķvārpstu, ievērojot spara rata un reducētos virzuļu grupas inerces momentus. Piedāvātais ziņojums veltīts šādas vienkāršošanas ietekmes uz vērpes pašsvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķinu rezultātiem izpētei.

Pašvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķina metode

Propulsīvo iekārtu aizstājam ar aprēķinu shēmu:



1.att. Propulsīvās iekārtas shēma.

$J_1, J_2, J_3 \dots J_{n-1}, J_n$ – attiecīgo disku inerces momenti pret vārpstas asi;
 $c_1, c_2, c_3 \dots c_{n-1}$ – vārpstas vērpes stingumi posmiem attiecīgi aiz 1., 2., 3., ..., $n-1$ diska .

Disku rotācijas kustības diferenciālvienādojumi:

$$\begin{aligned}
 \text{1.diskam:} & \quad J_1 \cdot \varepsilon_1 = c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) ; \\
 \text{2.diskam:} & \quad J_2 \cdot \varepsilon_2 = c_2 \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) - c_1 \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) ; \\
 \text{3.diskam:} & \quad J_3 \cdot \varepsilon_3 = c_3 \cdot (\varphi_4 - \varphi_3) - c_2 \cdot (\varphi_3 - \varphi_2) ; \\
 & \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 \text{diskam } n-1: & \quad J_{n-1} \cdot \varepsilon_{n-1} = c_{n-1} \cdot (\varphi_n - \varphi_{n-1}) - c_{n-2} \cdot (\varphi_{n-1} - \varphi_{n-2}) ; \\
 \text{diskam } n: & \quad J_n \cdot \varepsilon_n = - c_{n-1} \cdot (\varphi_n - \varphi_{n-1}) .
 \end{aligned} \tag{1}$$

Šeit $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{n-1}$ – attiecīgo disku pagrieziena leņķi ap vārpstas asi,
 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{n-1}$ – attiecīgo disku leņķiskie paātrinājumi

Diferenciālvienādojumu sistēmas (1) atrisinājumu meklējam formā: $\varphi_j = a_j \cdot \sin(pt + \alpha)$.

Ievietojot φ_j un ε_j izteiksmes diferenciālvienādojumu sistēmā (1), pēc saīsināšanas ar $\sin(pt + \alpha)$ iegūstam algebrisku vienādojumu sistēmu disku vērpes svārstību amplitūdu a_j noteikšanai:

$$\begin{aligned}
 (J_1 \cdot p^2 - c_1) \cdot a_1 + c_1 \cdot a_2 &= 0 ; \\
 c_1 \cdot a_1 + (J_2 \cdot p^2 - c_1 - c_2) \cdot a_2 + c_2 \cdot a_3 &= 0 ; \\
 c_2 \cdot a_2 + (J_3 \cdot p^2 - c_2 - c_3) \cdot a_3 + c_3 \cdot a_4 &= 0 ; \\
 & \dots \dots \dots \\
 c_{n-1} \cdot a_{n-1} + (J_n \cdot p^2 - c_{n-1}) \cdot a_n &= 0 .
 \end{aligned} \tag{2}$$

Izdalot visus vienādojumus ar J_1 un apzīmējot: $\frac{J_i}{J_1} = J_i^* ; \quad \frac{c_i}{J_1} = c^*$

iegūstam:

$$\begin{aligned}
 (p^2 - c_1^*) \cdot a_1 + c_1^* \cdot a_2 &= 0 ; \\
 c_1^* \cdot a_1 + (J_2^* \cdot p^2 - c_1^* - c_2^*) \cdot a_2 + c_2^* \cdot a_3 &= 0 ; \\
 c_2^* \cdot a_2 + (J_3^* \cdot p^2 - c_2^* - c_3^*) \cdot a_3 + c_3^* \cdot a_4 &= 0 ; \\
 & \dots \dots \dots \\
 c_{n-1}^* \cdot a_{n-1} + (J_n^* \cdot p^2 - c_{n-1}^*) \cdot a_n &= 0 .
 \end{aligned} \tag{3}$$

Pielīdzinot nullei determinantu, kas sastādīts no koeficientiem pie meklējamām amplitūdām, iegūstam frekvenču vienādojumu:

$$\begin{vmatrix} (p^2 - c_1^*) & c_1^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ c_1^* & (J_2^* p^2 - c_1^* - c_2^*) & c_2^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2^* & (J_3^* p^2 - c_2^* - c_3^*) & c_3^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & (J_n^* p^2 - c_{n-1}^*) \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Nav grūti pārlicināties, ka viena no vienādojuma (4) saknēm vienmēr ir vienāda ar nulli, kas atbilst vārpstas rotācijai bez svārstībām. Pārējo sakņu aprēķinam determinantu pārveidojam trīsstūra formā:

$$\begin{vmatrix} a_{1,1} & c_1^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{2,2} & c_2^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{3,3} & c_3^* & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & c_{n-2}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-1,n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix} = 0. \quad (5)$$

Šeit

$$\begin{aligned} a_{1,1} &= p^2 - c_1^*; \\ a_{2,2} &= J_2^* p^2 - c_1^* - c_2^* - (c_1^*)^2 / a_{1,1}; \\ a_{3,3} &= J_3^* p^2 - c_2^* - c_3^* - (c_2^*)^2 / a_{2,2}; \\ &\dots \dots \dots \\ a_{n-1,n-1} &= J_{n-1}^* p^2 - c_{n-2}^* - c_{n-1}^* - (c_{n-2}^*)^2 / a_{n-2,n-2}; \\ a_{n,n} &= J_n^* p^2 - c_{n-1}^* - (c_{n-1}^*)^2 / a_{n-1,n-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

Pielīdzinot determinantu $D = a_{1,1} \cdot a_{2,2} \cdot a_{3,3} \cdot \dots \cdot a_{n-1,n-1} \cdot a_{n,n}$ nullei, iegūstam vienādojumu, no kura atrodam $n-1$ no nulles atšķirīgas pašsvārstību frekvences.

Svārstību formu atrašanai vienādojumu sistēmā (3) visus vienādojumus izdalām ar a_1 un saskaitāmos, kuri nesatur amplitūdas, pārnesam uz vienādojuma labo pusi:

$$\begin{aligned} c_1^* \cdot a_2 / a_1 &= p^2 - c_1^*; \\ (J_2^* p^2 - c_1^* - c_2^*) \cdot a_2 / a_1 + c_2^* \cdot a_3 / a_1 &= -c_1^*; \\ c_2^* \cdot a_2 / a_1 + (J_3^* p^2 - c_2^* - c_3^*) \cdot a_3 / a_1 + c_3^* \cdot a_4 / a_1 &= 0; \\ &\dots \dots \dots \\ c_{n-2}^* \cdot a_{n-2} / a_1 + (J_{n-1}^* p^2 - c_{n-2}^* - c_{n-1}^*) \cdot a_{n-1} / a_1 + c_{n-1}^* \cdot a_n / a_1 &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

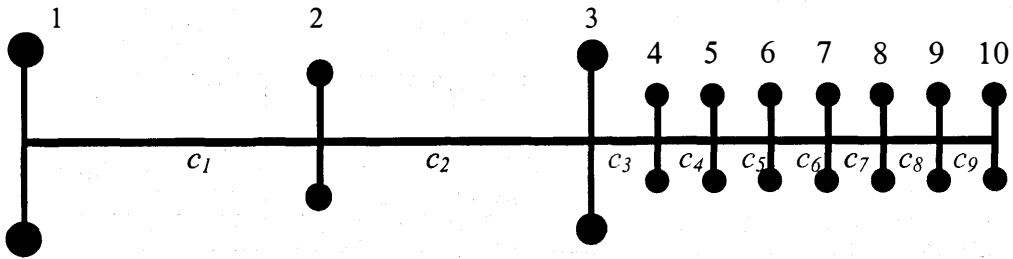
No vienādojumu sistēmas (7):

$$\begin{aligned} a_2 / a_1 &= (p^2 - c_1^*) / c_1^*; & a_3 / a_1 &= [-c_1^* - (J_2^* p^2 - c_1^* - c_2^*) \cdot a_2 / a_1] / c_2^*; \\ a_4 / a_1 &= [-c_2^* \cdot a_2 / a_1 - (J_3^* p^2 - c_2^* - c_3^*) \cdot a_3 / a_1] / c_3^*; \\ a_5 / a_1 &= [-c_3^* \cdot a_3 / a_1 - (J_4^* p^2 - c_3^* - c_4^*) \cdot a_4 / a_1] / c_4^*; \\ &\dots \dots \dots \\ a_n / a_1 &= [-c_{n-2}^* \cdot a_{n-2} / a_1 - (J_{n-1}^* p^2 - c_{n-2}^* - c_{n-1}^*) \cdot a_{n-1} / a_1] / c_{n-1}^*. \end{aligned} \quad (8)$$

Vērpes pašsvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķins dažādām vienas propulsīvās iekārtas aprēķinu shēmām

Aplūkosim LPG/c „HAVRIM” propulsīvo sistēmu, kas sastāv no dzenskrūves 1, dzenskrūves piedziņas vārpstas ar stingumu c_1 , starpvārpstas ar stingumu c_2 , vārpstu savienojuma mezgla

2, spara rata 3 un kloķvārpstas, kam stingumi starp klaņu kakliņiem ir $c_3, c_4, c_5, c_6, c_7, c_8, c_9$ un c_9 . Katra septiņcilindru dīzeļdzinēja virzuļa, klaņa un kloķa masa aizstāta ar diskus 4, 5, 6, 7, 8, 9 un 10 (2.attēls).



2.att. LPG/c „HAVRIM” propulsīvās iekārtas shēma.

Disku inerces momenti pret vārpstas asi: $J_1 = 96700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_2 = 1700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_3 = 27200 \text{ kg}\cdot\text{m}^2,$

$J_4 = J_5 = J_6 = J_7 = J_8 = J_9 = J_{10} = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$

Vārpstu vērpes stingumi: $c_1 = 116000 \text{ kN}\cdot\text{m}, c_2 = 166000 \text{ kN}\cdot\text{m}, c_3 = c_4 = c_5 = c_6 = c_7 = c_8 = c_9 = 810000 \text{ kN}\cdot\text{m}.$

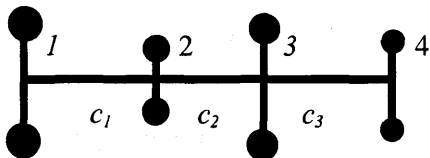
Disku inerces momentu un vārpstu daļu starp diskus stingumu attiecības pret dzenskrūves inerces momentu: $J_2^* = 0,0176; J_3^* = 0,2813; J_4^* = J_5^* = J_6^* = J_7^* = J_8^* = J_9^* = J_{10}^* = 0,0258;$
 $c_1^* = 1200 \text{ s}^{-2}; c_2^* = 1720 \text{ s}^{-2}; c_3^* = c_4^* = c_5^* = c_6^* = c_7^* = c_8^* = c_9^* = 8380 \text{ s}^{-2}.$

1.tabula

Aprēķinātās LPG/c „HAVRIM” propulsīvās iekārtas vērpes pašvārstību frekvences un tām atbilstošās svārstību formas

$p_i \text{ (s}^{-1}\text{)}$	a_1/a_3	a_2/a_3	a_4/a_3	a_5/a_3	a_6/a_3	a_7/a_3	a_8/a_3	a_9/a_3	a_{10}/a_3
46	1,62	1,27	0,87	0,74	0,60	0,46	0,31	0,17	0,02
148	0,04	0,70	0,32	-0,37	-1,05	-1,65	-2,14	-2,48	-2,66
362	0,03	2,84	-3,77	-7,02	-7,44	-4,87	-0,33	4,34	7,26
413	-0,13	-18,58	-0,71	-2,05	-2,31	-1,36	0,31	1,81	2,36
575	0	-0,59	-9,80	-10,60	-0,60	10,00	10,41	0,20	-10,22
765	0	-0,23	-18,43	-4,59	17,53	8,01	-15,97	-11,12	13,81
924	0	-0,14	-27,41	16,18	17,26	-27,00	-0,33	27,21	-16,73
1041	0	-0,11	-35,22	46,28	-26,91	-10,15	40,54	-44,27	18,90
1115	0	-0,09	-40,51	73,07	-93,07	97,08	-84,41	57,23	-20,23

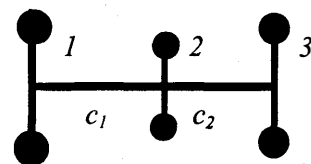
Līdzīgi aprēķinām pašvārstību frekvences un svārstību formas arī aplūkotās propulsīvās iekārtas vienkāršotām shēmām, kurā dīzeļdzinējs aizstāts ar vienu disku – 4, kas atrodas kloķvārpstas vidū (3.attēls), vai arī kloķvārpstas reducētais inerces moments pieskaitīts spara rata inerces momentam (4.attēls).



3.att. Propulsīvās iekārtas 1.vienkāršotā shēma.

$J_1 = 96700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_2 = 1700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_3 = 27200 \text{ kg}\cdot\text{m}^2,$
 $J_4 = 17500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2.$

$c_1 = 116000 \text{ kN}\cdot\text{m}, c_2 = 166000 \text{ kN}\cdot\text{m}, c_3 = 23200 \text{ kN}\cdot\text{m}.$



4.att. Propulsīvās iekārtas 2.vienkāršotā shēma.

$J_1 = 96700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_2 = 1700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, J_3 = 44700 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
 $c_1 = 116000 \text{ kN}\cdot\text{m}, c_2 = 166000 \text{ kN}\cdot\text{m}$

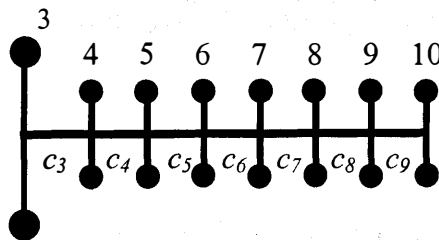
Pašsvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķinu rezultāti apkopoti 2.tabulā.

2.tabula.

LPG/c „HAVRIM” propulsīvās iekārtas vienkāršoto shēmu vērpes pašsvārstību frekvences un svārstību formas

$p_i (s^{-1})$	a_1/a_3	a_2/a_3	a_4/a_3	$p_i (s^{-1})$	a_1/a_3	a_2/a_3
46	1,69	1,30	0,53	47	1,36	1,16
150	0,03	0,70	- 1,44			
413	- 0,14	- 20,3	- 3,72	411	- 0,22	- 30,7
1.vienkāršotā shēma				2.vienkāršotā shēma		

Tālāk aprēķinām pašsvārstību frekvences un svārstību formas arī dīzeļdzinēja kloķvārpstai kopā ar spara ratu (5.attēls).



5.att. LPG/c „HAVRIM” dīzeļdzinēja ar spararatu shēma.

Disku inerces momenti pret vārpstas asi: $J_3 = 27200 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$, $J_4 = J_5 = J_6 = J_7 = J_8 = J_9 = J_{10} = 2500 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

Vārpstu vērpes stingumi: $c_3 = c_4 = c_5 = c_6 = c_7 = c_8 = c_9 = 810000 \text{ kN}\cdot\text{m}$.

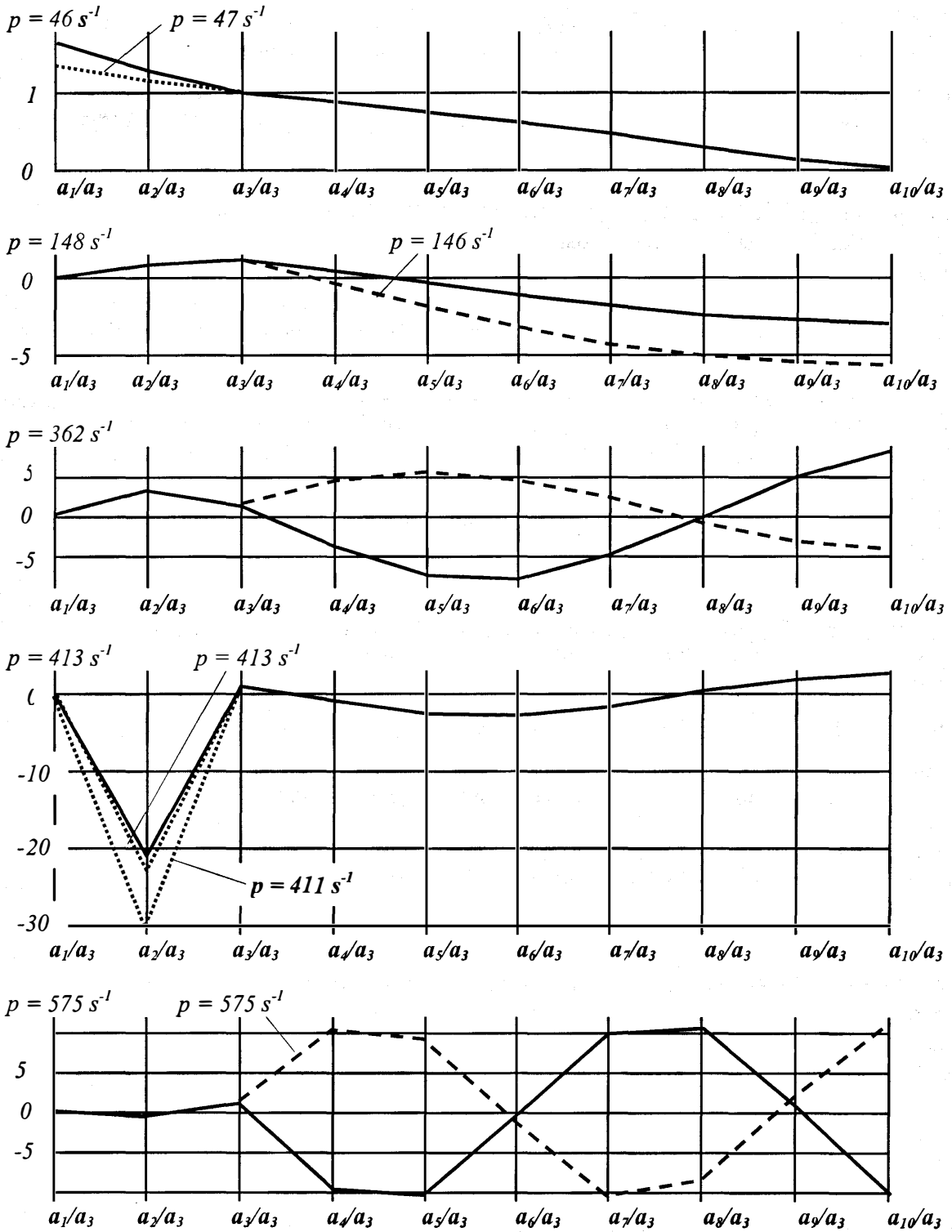
Pašsvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķinu rezultāti apkopoti 3.tabulā.

3.tabula

LPG/c „HAVRIM” dīzeļdzinēja kopā ar spara ratu vērpes pašsvārstību frekvences un svārstību formas

$p_i (s^{-1})$	a_4/a_3	a_5/a_3	a_6/a_3	a_7/a_3	a_8/a_3	a_9/a_3	a_{10}/a_3
145	- 0,29	- 1,55	- 2,72	- 3,70	- 4,45	- 4,90	- 5,03
362	3,40	4,43	3,66	1,41	- 1,41	- 3,66	- 4,43
575	10,09	8,90	- 1,36	- 10,23	- 8,68	1,72	10,36
765	18,64	2,63	- 18,13	- 6,17	16,92	9,47	- 15,08
923	27,58	- 18,29	- 16,12	28,39	- 1,68	- 27,34	18,82
1041	35,37	- 48,48	29,72	8,59	- 41,25	46,78	- 21,56
1114	40,66	- 75,33	97,05	- 102,11	89,62	- 61,73	23,23

Piemēra veidā 6.attēlā grafiski parādītas svārstību formas pirmajām piecām pašsvārstību frekvencēm gan pilnīgai aprēķinu shēmai, gan arī vienkāršotām shēmām un vienam pašam dzinējam.



6.att. LPG/c „HAVRIM” propulsīvās iekārtas vērpes svārstību formas.

- vienkāršotai shēmai, kas parādīta 3. un 4.attēlos ,
- - - - - dīzeļdzinēja shēmai, kas parādīta 5.attēlā.

Kopsavilkums

Darbā izstrādātā metode pašsvārstību frekvenču un svārstību formu aprēķinam ievērojami samazina vērpes pašsvārstību frekvenču un tām atbilstošo svārstību formu aprēķinu darbietilpību vārpstai ar visai lielu disku skaitu.

Piemēra veidā izdarītie LPG/c „HAVRIM” propulsīvās iekārtas vērpes svārstību aprēķini gan pilnīgai iekārtas shēmai (2.att.), gan arī tās vienkāršotai shēmai (3. un 4.att.) rāda, ka vienkāršotās shēmas izmantošana dažkārt var novest pie kļūdainiem aprēķinu rezultātiem:

- dzinēju aizstājot ar vienu disku kloķvārpstas vidū (3.att.) 1. un 2. pašsvārstību frekvences un svārstību formas praktiski sakrīt ar pilnai shēmai izskaitļotām, 3. pašsvārstību frekvence (362 s^{-1}) „pazūd”, bet 4. pašsvārstību frekvencei atbilstošās svārstību formas no patiesām atšķiras apmēram par 10% ;
- dzinēju aizstājot ar spara ratam pievienoto kloķvārpstas inerces momentu (4.att.) „pazūd” arī 2. pašsvārstību frekvence (148 s^{-1}), bet svārstību formas būtiski atšķiras no patiesām.

Arī izdarot dzinēja kloķvārpstas aprēķinus vajadzētu ievērot gan dzenskrūves un citu uz dzenvārpstas nostiprināto elementu masas, gan arī pašas vārpstas stingumu. Piemēram, izdarot aprēķinus vienam pašam dzinējam (5.att.) – „pazūd” 1. (46 s^{-1}) un 4. (413 s^{-1}) pašsvārstību frekvences, bet pie citām pašsvārstību frekvencēm aprēķinātās svārstību formas būtiski atšķiras no tām, kas noteiktas ievērojot arī uz dzenvārpstas nostiprinātos diskus.

Literatūra

1. **J.Cimanskis, R.Indriksons, J.Ozoliņš.** Kuģu dzenskrūves piedziņas vārpstas griezes svārstības. RTU Zinātniskie raksti. Sērija 6. Mašīnzinātne un transports. Kvalitāte un drošums. Sējums 15., 2004. – 7 lpp.
2. **R.Indriksons.** Vērpes svārstību ietekme uz vārpstu ilgizturību. 7.zinātniski praktiskā konference. Konferencenes materiāli. Latvijas Jūras akadēmija. – Rīgā, 2005. – 5 lpp.