

УДК 621.315

КОНИЧЕСКАЯ КВАНТОВАЯ ТОЧКА: ЭЛЕКТРОННЫЕ СОСТОЯНИЯ И ДИПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ

Д.А. БАГДАСАРЯН¹, Д.Б. АЙРАПЕТЯН^{1,2*}, А.А. САРКИСЯН^{1,2,3},
Э.М. КАЗАРЯН^{1,2}, А. МЕДВИД⁴

¹Российско–Армянский университет, Ереван, Армения

²Ереванский государственный университет, Ереван, Армения

³Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

⁴Рижский технический университет, Рига, Латвия

*e-mail: dhayrap82@gmail.com

(Поступила в редакцию 21 декабря 2016 г.)

Рассмотрены электронные состояния в конической квантовой точке как в рамках адиабатического приближения, так и комбинированного подхода вместе с теорией возмущений. Проведено сравнение полученных результатов с результатами численных методов – методом конечных элементов и методом Арнольди. Получены интерполяционная формула для поправки энергии и ее зависимость от геометрических параметров конической квантовой точки. Проведено сравнение волновых функций, полученных разными методами, и определены области применимости различных подходов. Рассмотрена зависимость z -компоненты дипольного момента от геометрических параметров структуры.

1. Введение

Конические квантовые точки (ККТ) – это нульмерные системы с нетривиальной геометрией [1–5]. Аналитическое описание ККТ является чрезвычайно трудной задачей [6–9]. С другой стороны, наличие многих геометрических параметров в этих системах позволяет осуществлять гибкую манипуляцию уровнями энергии носителей заряда. Такими параметрами здесь являются радиус основания R и высота конуса H . Очевидно, что, изменяя эти параметры, можно манипулировать уровнями энергии и волновыми функциями электронов и дырок. Важной особенностью таких структур является асимметрия по направлению роста структуры, что проявляется в физических свойствах таких структур. В частности, если внешнее электростатическое поле приложено по аксиальной оси, то направление поля играет важную роль. В том случае, когда поле направлено противоположно, к вершине ККТ, оно стремится локализовать электрон в меньшей

области, чем если поле направлено в обратном направлении. А это в свою очередь означает, что значение энергии электрона зависит не только от величины электростатического поля, но и от его направления.

Теоретическое исследование физических процессов в ККТ было проведено в работах [6–9]. Следует отметить, что для теоретического описания ККТ форма потенциала ограничения наноструктуры имеет принципиальное значение. В указанных работах профиль потенциала ограничения ККТ рассматривался в рамках модели прямоугольной, бесконечно глубокой ямы. Следует отметить, что бесконечно глубокий потенциал ограничения позволяет частичное разделение переменных, и это в значительной степени облегчает описание ККТ. В случае малых углов раствора θ эффективным аналитическим методом описания таких систем является адиабатическое приближение [10–13]. При таком подходе квантовая система может быть представлена двумя подсистемами: быстрой и медленной. Гамильтониан быстрой подсистемы включает в себя переменные медленной подсистемы в качестве параметров, а энергия быстрой подсистемы является эффективным потенциалом для медленной. Однако, как это будет показано, в случае конической геометрии адиабатическое приближение может не давать желаемой точности. Поэтому для увеличения точности расчетов после применения адиабатического метода нами будет использована также теория возмущений для нахождения поправок как для значений энергии, так и для волновых функций электрона в ККТ.

Исследование физических, в частности, оптических свойств ККТ осуществлялось в работах [14–17]. При этом важно отметить, что в таких структурах возникают вопросы, связанные с механическими напряжениями, которые были изучены в работах [18–21], однако в [14–17] этими эффектами авторы пренебрегали.

В настоящей работе рассматриваются электронные состояния в ККТ в рамках адиабатического метода, а также комбинированного с теорией возмущений адиабатического метода. Проводится сравнение полученных результатов с результатами численных методов.

2. Теория

Рассмотрим электронные состояния в ККТ с непроницаемыми стенками в случае сильно вытянутого конуса. Это означает, что $R \ll H$ и поэтому

$$\tan(\theta/2) = R/H \ll 1. \quad (1)$$

Отметим, что в задаче имеются, не считая R и H , две характерные длины a_c и a_h , которые являются эффективными радиусами Бора электрона и дырки, соответственно, $a_{c(h)} = \hbar^2 \epsilon / m_{c(h)}^* e^2$, где $m_{c(h)}^*$ – эффективная масса электрона

(дырки) и ε – диэлектрическая проницаемость материала ККТ. Все длины и энергии в задаче измеряются в эффективных радиусах Бора и эффективных энергиях Ридберга электрона $E_R = \hbar^2/2m_e^*a_c^2$. В зависимости от их отношений, мы можем выделить три режима размерного квантования: сильный, промежуточный и слабый. В режиме сильного размерного квантования, когда $\{a_c, a_h\} \gg \{R, H\}$, энергия кулоновского взаимодействия электрона и дырки значительно меньше энергии, обусловленной стенками ККТ. Кулоновским взаимодействием между частицами в этом режиме можно пренебречь, тогда задача сводится к определению энергетических состояний и волновых функций электрона и дырки по отдельности.

В настоящей работе будет рассмотрен режим сильного размерного квантования. В этом режиме потенциальная энергия электрона в такой структуре при учете непроницаемости стенок будет иметь следующий вид:

$$V_{\text{conf}}(\rho, \varphi, z) = \begin{cases} 0, & \text{внутри ККТ} \\ \infty, & \text{вне ККТ.} \end{cases} \quad (2)$$

Благодаря малости угла раствора ККТ характерная частота движения частицы в радиальном направлении преобладает над частотой вдоль направления z , что позволяет использовать адиабатическое приближение. Гамильтониан системы в цилиндрических координатах имеет вид

$$\hat{H}(\rho, \varphi, z) = -\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V_{\text{conf}}(\rho, \varphi, z). \quad (3)$$

В рамках адиабатического приближения гамильтониан системы можно представить в виде суммы гамильтонианов для «быстрой» \hat{H}_f и «медленной» \hat{H}_s подсистем:

$$\hat{H} = \hat{H}_f + \hat{H}_s,$$

где

$$\hat{H}_f(\rho, \varphi, z) = -\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) + V_{\text{conf}}(\rho, \varphi, z),$$

$$\hat{H}_s(z) = -\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

В соответствии с геометрическим адиабатическим методом, волновая функция системы представляется следующим образом:

$$\Psi(\rho, \varphi, z) = f(\rho, \varphi; z)\chi(z). \quad (4)$$

Волновая функция и энергетический спектр быстрой подсистемы задаются следующими выражениями:

$$f(\rho, \varphi; z) = \left(\sqrt{\pi} (1 - z/H) R J_{|m|+1}(\lambda_{n_p+1, |m|}) \right)^{-1} e^{im\varphi} J_m \left(\frac{\lambda_{n_p+1, |m|} \rho}{(1 - z/H) R} \right), \quad (5)$$

$$E_{n_p, |m|}(z) = \frac{\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{(1 - z/H)^2 R^2}.$$

Здесь J_m – функции Бесселя первого рода, $\lambda_{n_p+1, |m|}$ являются нулями функции Бесселя первого рода, $n_p = 0, 1, 2, \dots$ – радиальное квантовое число и $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ – магнитное квантовое число. Выражение для радиальной энергии может быть разложено в ряд Тейлора с точностью до квадратичного члена:

$$E_{n_p, |m|}(z) \approx \frac{\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{R^2} \left(1 + 2 \frac{z}{H} + 3 \left(\frac{z}{H} \right)^2 \right). \quad (6)$$

Рассмотрим сначала только линейный член в соотношении (6). Как было уже отмечено энергия «быстрой» подсистемы выступает в качестве эффективного потенциала для «медленной» подсистемы. Для волновой функции «медленной» подсистемы $\chi(z)$ и энергетического спектра всей системы $E_{n_p, |m|, n}$ получаем:

$$\chi(z) = \left(f^{-1/3} Ai'(\alpha_{n+1}) \right)^{-1/2} Ai(f^{1/3} z + \alpha_{n+1}), \quad (7)$$

$$E_{n_p, |m|, n} = \frac{\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{R^2} - \alpha_{n+1} f^{2/3}, \quad f = \left(\frac{2\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{HR^2} \right).$$

Здесь $n = 0, 1, 2, \dots$ – аксиальное квантовое число, $Ai'(z)$ – производная функции Эйри [22]. Далее квадратичный член $\hat{V} = \frac{3\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{R^2 H^2} z^2$ в соотношении (6) рассматривается в качестве возмущения. На основе теории возмущений [23] мы можем записать волновую функцию и поправку к энергии в виде:

$$\Psi_v^{(1)}(\rho, \varphi, z) = \sum_{\substack{v' \\ (v \neq v')}} \frac{V_{vv'}}{E_v^{(0)} - E_{v'}^{(0)}} \Psi_{v'}^{(0)}(\rho, \varphi, z), \quad (8)$$

$$\Delta E_{vv} = V_{vv} = \langle v | \hat{V} | v \rangle,$$

где $v = \{n_p, |m|, n\}$ – набор квантовых чисел. Поправка к энергии имеет вид

$$\Delta E_{vv} = \frac{3\lambda_{n_p+1, |m|}^2}{R^2 H^2} \int \Psi_{v'}^{(0)*}(\rho, \varphi, z) z^2 \Psi_v^{(0)}(\rho, \varphi, z) \rho d\rho d\varphi dz. \quad (9)$$

Хотя интеграл в выражении (9) вычисляется численно, однако поправка ΔE_{gr} к энергии основного состояния может быть с большой точностью аппроксимирована следующим выражением:

$$\Delta E_{\text{gr}} = \frac{3\lambda_{1,0}^2}{R^2 H^2} (0.11\sqrt{H} + 1.56\sqrt{R} + 0.27\sqrt{HR}). \quad (10)$$

На рис.1 представлена зависимость квадратичной поправки от геометрических параметров конуса. Как видно из рисунка, в области малых значений радиуса основания ККТ поправка к энергии становится существенной. Следовательно, для больших значений параметра R и достаточно больших значений параметра H можно ограничиться применением адиабатического приближения для расчета энергетических уровней ККТ.

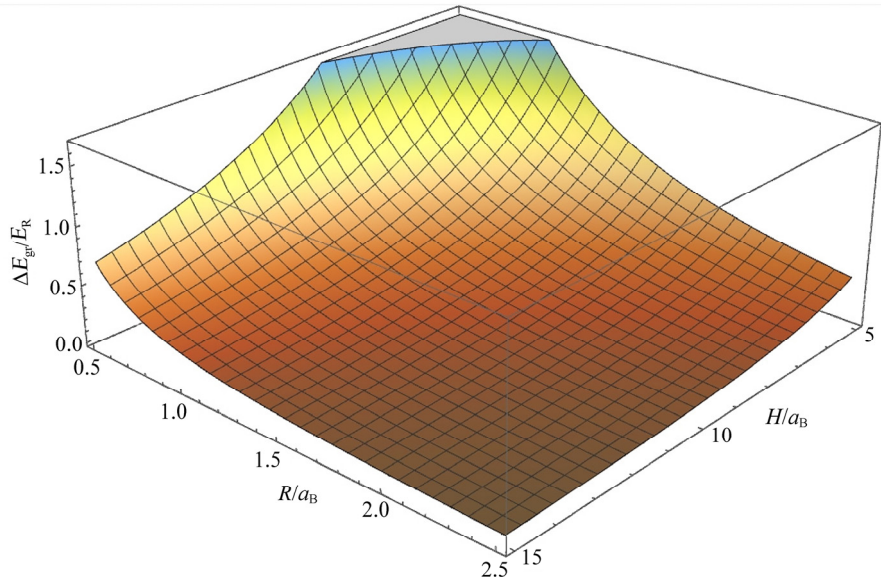


Рис.1. Зависимость квадратичной поправки к энергии основного состояния от параметров ККТ.

Отметим, что проблема нахождения энергетических состояний ККТ была рассмотрена также с помощью двух численных методов: метода конечных элементов [24–26] и итерационного алгоритма Арнольди [24, 27]. Рассмотрение задачи с помощью этих численных методов даст возможность оценить применимость вышерассмотренных аналитических методов.

Многие физические характеристики КТ определяются дипольным и квадрупольным моментами носителей заряда [28–30]. Асимметрия распределения электрона в направлении z может существенно повлиять на свойства электростатического поля, создаваемого электроном. При этом, благодаря асимметрии ККТ

вдоль оси z зависимость дипольного момента от высоты ККТ будет проявлять нелинейный характер. Поэтому интересно выявить зависимости электростатического дипольного момента

$$\mathbf{d} = \int \Psi(\rho, \varphi, z) e r \Psi(\rho, \varphi, z) dV \quad (11)$$

от геометрических параметров ККТ.

3. Результаты и их обсуждение

Для сравнения энергии основного и первого возбужденного уровней в адиабатическом приближении, адиабатическом приближении с квадратичной и кубической поправками и для двух вышеупомянутых численных методов приведены в табл.1.

Из табл.1 видно, что с увеличением отношения H/R отклонение адиабатического метода от точного значения становится меньше. Аналогичная картина наблюдается при использовании комбинированного метода адиабатического приближения с квадратичной и кубической поправками, с той лишь разницей, что эти методы дают хорошие результаты даже при относительно небольших значениях H/R . Отметим также, что значения, полученные численными методами, близки друг к другу.

Табл.1. Энергии основного состояния ($R = 0.5$) для адиабатического приближения, адиабатического приближения с квадратичной и кубической поправками, методов конечных элементов (МКЭ) и Арнольди

H/R	8	12	16	20	24	26
Адиабатическое приближение	29.794	28.216	27.329	26.749	26.335	26.022
Адиабатическое приближение с квадратичной поправкой	36.189	31.764	29.448	28.175	27.369	26.812
Адиабатическое приближение с кубической поправкой	36.811	33.150	30.096	28.533	27.589	26.956
МКЭ	38.375	34.225	32.075	30.735	29.800	29.111
Метод Арнольди	38.287	34.157	32.017	30.683	29.758	29.089

Из рис.2 видно, что плотность вероятности распределения электрона с учетом квадратичной поправки ближе к реальной, полученной методом конечных элементов. Однако, адиабатическое приближение качественно описывает распределение плотности вероятности электрона по направлению z . При этом

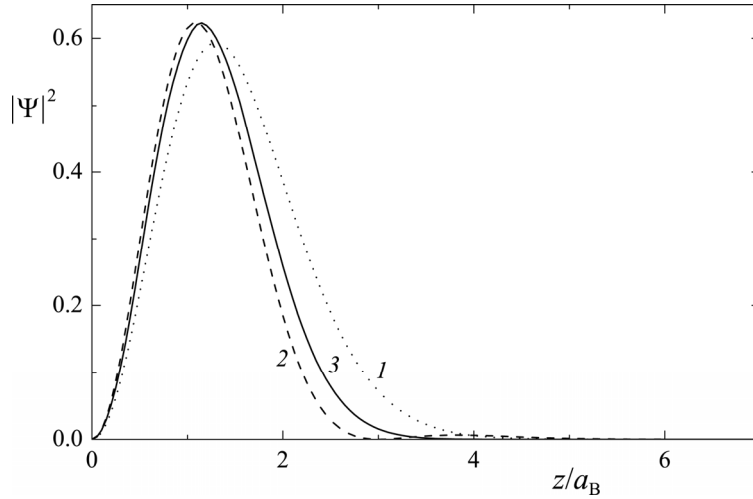


Рис.2. Плотность вероятности в z -направлении, вычисления на основе: 1 – адиабатического приближения, 2 – адиабатического приближения с квадратичной поправкой и 3 – МКЭ. Кривые приведены для основного состояния при следующих значениях параметров ККТ: $R = 1$, $H = 10$.

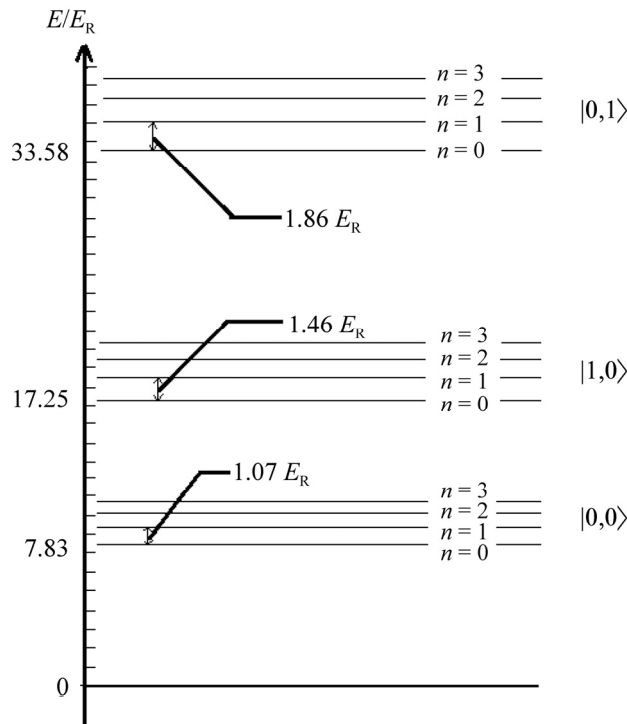


Рис.3. Схема энергетических уровней вытянутой ККТ.

волновую функцию в направлении z можно аппроксимировать следующим выражением (см. рис.2):

$$\chi_{\text{approx}}(z) = \frac{2}{\pi^{1/4} (HR^2)^{1/6}} z \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{1}{HR^2} \right)^{2/9} z^2 \right]. \quad (12)$$

Перейдем к детальному рассмотрению энергетической структуры ККТ. На рис.3 изображена диаграмма энергетических уровней вытянутой ККТ с непроницаемыми стенками. Как видно из рисунка, каждому уровню энергии соответствует семейство подуровней размерного квантования в направлении z . Энергетическое расстояние между соседними уровнями энергии в данном семействе (квантовое число n) порядка одного ридберга или 5.833 мэВ, что соответствует терагерцовому диапазону.

На рис.4 изображены плотности вероятности распределения электрона в разрезе ККТ. Как видно из рисунка, с увеличением квантового числа n (рис.4а–с) область локализации электрона смещается от основания конуса в направлении z . Отметим также, что с увеличением квантового числа n появляются дополни-

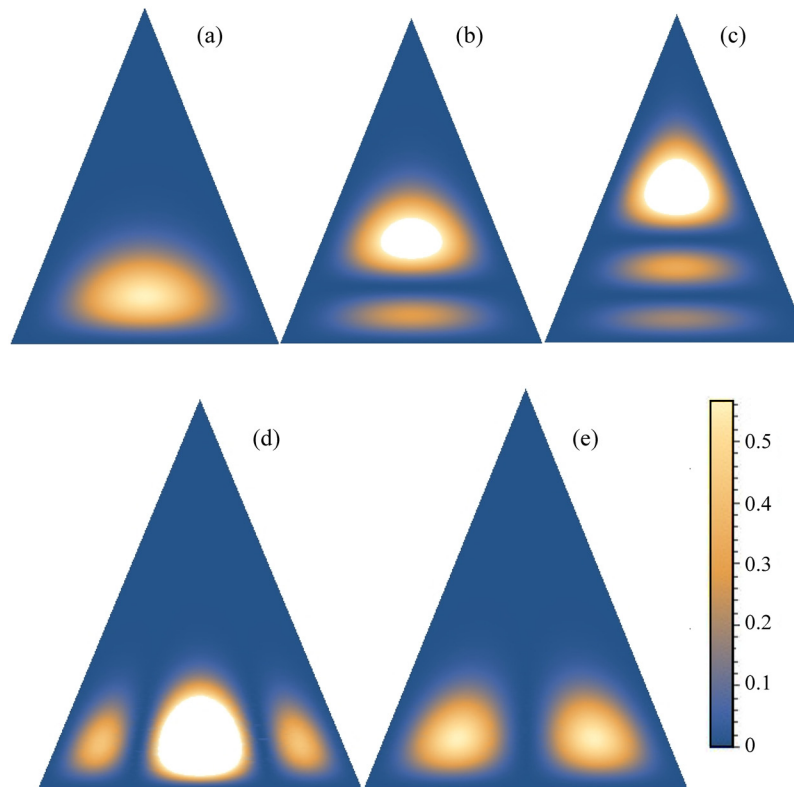


Рис.4. Плотность распределения вероятности электрона в разрезе ККТ: (a) $n_\rho = 0, m = 0, n = 0$, (b) $n_\rho = 0, m = 0, n = 1$, (c) $n_\rho = 0, m = 0, n = 2$, (d) $n_\rho = 0, m = 1, n = 0$ и (e) $n_\rho = 1, m = 0, n = 0$.

тельные максимумы плотности вероятности. Плотность распределения вероятности в разрезе ККТ для первых возбужденных уровней с $m = 1$ и $n_p = 1$ показаны на рис.4d и 4е, соответственно.

На рис.5 показана зависимость уровней энергии от H/R с фиксированным значением $R = 1$ для различных значений аксиального квантового числа. Как видно из рисунка, с увеличением отношения H/R энергия частицы уменьшается и в пределе стремится к энергии частицы в цилиндрической КТ с радиусом R . Очевидно, что для малых значений квантовых чисел различие между уровнями энергии в обоих случаях мало, а с увеличением квантового числа n различие становится существенным. Это объясняется тем фактом, что при увеличении квантового числа n область локализации смещается в сторону вершины ККТ (см. рис.4а–с), где область локализации меньше из-за конической формы. В случае же цилиндрической КТ область локализации не меняется.

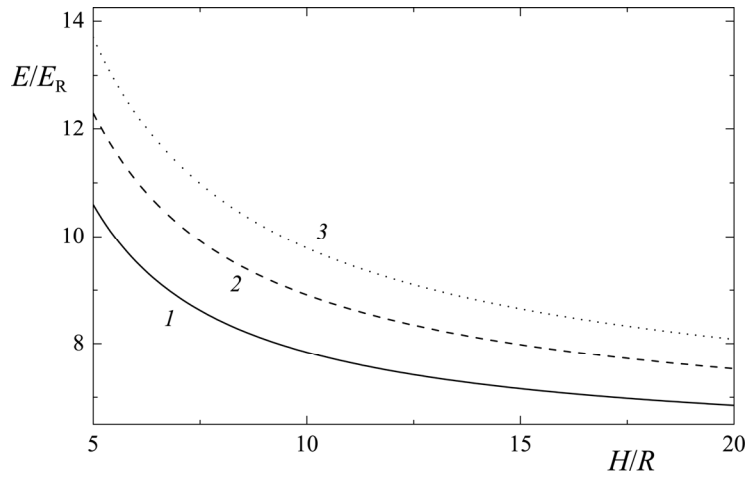


Рис.5. Зависимость энергии электрона в ККТ от H/R с фиксированным $R = 1$: 1 – $n = 0$, 2 – $n = 1$ и 3 – $n = 2$.

Отмеченные выше закономерности, связанные с симметрией структуры, отражают тот факт, что кривая дипольного момента электрона в ККТ не является линейной. Зависимости дипольного момента в направлении z от параметра H/R для различных значений радиусов основания представлены на рис.6. Как видно из рисунка, с увеличением параметра H/R значение дипольного момента монотонно растет.

При малых значениях H/R зависимость имеет слабовыраженный нелинейный характер, а с увеличением этого отношения зависимость z -компоненты дипольного момента становится сугубо линейной. Отметим, что в случае цилиндрической КТ эта зависимость является линейной. Можно констатировать, что с

увеличением отношения H/R эффект конической формы ослабевает и поэтому пропадает нелинейный характер зависимости z -компоненты дипольного момента.

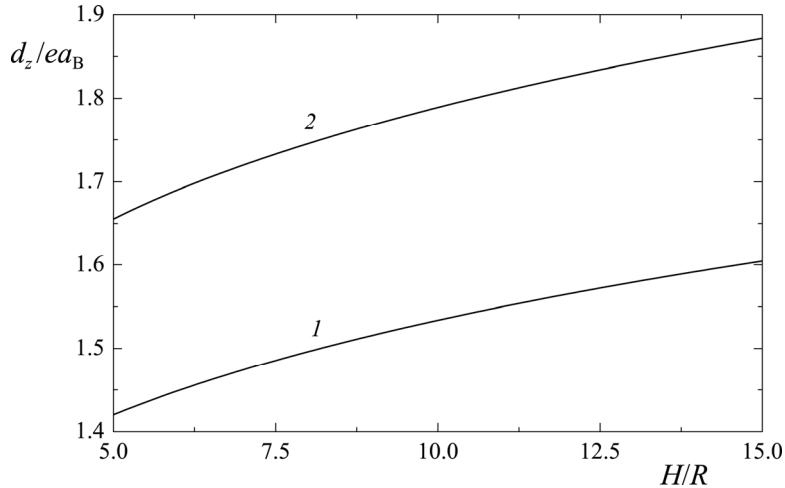


Рис.6. Зависимость дипольного момента в направлении z от параметра H/R .

4. Заключение

Таким образом, при рассмотрении электронных состояний в ККТ для более точного описания как энергетических уровней, так и волновых функций, необходимо учитывать следующие поправки в разложении эффективного потенциала для «медленной» подсистемы. В случае, когда отношение H/R принимает достаточно большие значения, адиабатический подход без поправок дает приемлемые результаты. Анализ аксиальных волновых функций показал, что с ростом аксиального квантового числа область локализации электрона смещается в сторону вершины ККТ. Для малых значений отношения H/R зависимость z -компоненты дипольного момента имеет нелинейный характер.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта № 16YR-1C022 и Латвийской Национальной программы исследований в области материаловедения (IMIS2) (2014-2017)

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Lenz, R. Timm, H. Eisle, Ch. Hennig, S. Becker, R. Sellin, U. Pohl, D. Bimberg, M. Dahne. *Appl. Phys. Lett.*, **81**, 5150 (2002).
2. A. Medvid, A. Mychko, V. Gnatyuk, S. Levytskyi, Y. Naseka. *Opt. Materials*, **32**, 836 (2010).

3. **A. Medvid, P. Onufrijevs, A. Mychko.** *Nanoscale Research Lett.*, **6**, 1 (2011).
4. **A. Medvid, P. Onufrijevs, R. Jarimaviciute-Gudaitiene, E. Dauksta, I. Prosycevas.** *Nanoscale Research Lett.*, **8**, 1 (2013).
5. **J. Huh, C. Hermannstädter, K. Akahane, H. Sasakura, N. Jahan, M. Sasaki, I. Suemene.** *Jap. J. Appl. Phys.*, **50**, 6 (2011).
6. **E. Kazaryan, L. Petrosyan, V. Shahnazaryan, H. Sarkisyan.** *Commun. Theoretical Physics*, **63**, 255 (2015).
7. **V. Lozovski, V. Piatnytsia.** *J. Comp. Theor. Nanoscience*, **8**, 2335 (2011).
8. **Д. Наурапетыан, А. Чалыан, Е. Казарян, Н. Саркисян.** *J. Nanomaterials*, **2015**, 6 (2015).
9. **Д. Наурапетыан, Е. Казарян, Н. Саркисян.** *Opt. Comm.*, **371**, 138 (2016).
10. **A. Gusev, O. Chuluunbaatar, S. Vinitzky, E. Kazaryan, H. Sarkisyan.** *J. Physics: Confer. Ser.*, **248**, 1 (2010).
11. **Д. Багдасарян, Д. Айрапетян, Э. Казарян.** *Известия НАН Армении, Физика*, **51**, 211 (2016).
12. **Д. Айрапетян, Э. Казарян.** *Известия НАН Армении, Физика*, **47**, 350 (2012).
13. **Д. Айрапетян, К. Двоян, Э. Казарян.** *Известия НАН Армении, Физика*, **42**, 227 (2007).
14. **R. Khordad, H. Bahramiyan.** *Optics and Spectroscopy*, **117**, 447 (2014).
15. **B. Vochorishvili, H. Beka.** *IOP Confer. Ser.: Materials Science and Engineering*, **6**, 012026 (2009).
16. **R. Melnik, M. Willatzen.** *Nanotechnology*, **15**, 1 (2003).
17. **C. Cornet, A. Schliwa, J. Even, F. Dore, C. Celebi, A. Letoublon, E. Mace, C. Paranthoen, A. Simon, P. M. Koenraad, N. Bertru, D. Bimberg, S. Loualiche.** *Phys. Rev. B*, **74**, 035312 (2006).
18. **Y. Liu, W. Lu, Z. Yu, B. Jia, Z. Xu, P. Lu, L. Han.** *J. Nonlinear Optical Physics & Materials*, **18**, 561 (2009).
19. **A. Andreev, J. Downes, D. Faux, E. O'Reilly.** *J. Appl. Phys.*, **86**, 297 (1999).
20. **G. Muralidharan.** *Jap. J. Appl. Phys.*, **39**, 65 (2000).
21. **L. Seravalli, M. Minelli, P. Frigeri, P. Allegri, V. Avanzini, S. Franchi.** *Appl. Phys. Lett.*, **82**, 2341 (2003).
22. *Справочник по специальным функциям. Под ред. М. Абрамовица и И. Стигана. Москва, Наука, 1979.*
23. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.** *Теоретическая физика. том 7. Москва, Наука, 1987.*
24. **В. Арутюнян, Д. Айрапетян, Д. Багдасарян.** *Известия НАН Армении, Физика*, **51**, 471 (2016).
25. **O. Zienkiewicz, R. Taylor, O. Zienkiewicz, R. Taylor.** *The Finite Element Method*, 3. London, McGraw-Hill, 1977.
26. **P. Craig.** *Phys. Rev. B*, **56**, 10404 (1997).
27. **V. Heinrich.** *Comp. Phys. Commun.*, **174**, 441 (2006).
28. **D. Baghdasaryan, D. Naourapetyan, E. Kazaryan.** *Physica B: Condensed Matter*, **479**, 85 (2015).
29. **S. Moonsub, P. Guyot-Sionnest.** *J. Chem. Phys.*, **111**, 6955 (1999).
30. **P.W. Fry, I.E. Itskevich, D.J. Mowbray, M.S. Skolnick, J.J. Finley, J.A. Barker, E.P. O'Reilly, L.R. Wilson, I.A. Larkin, P.A. Maksym, M. Hopkinson, M. Al-Khafaji, J.P.R. David, A.G. Cullis, G. Hill, J.C. Clark.** *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 733 (2000).

ԿՈՆԱԿԱՆ ՔՎԱՆՏԱՅԻՆ ԿԵՏ. ԷԼԵԿՏՐՈՆԱՅԻՆ ՎԻՃԱԿՆԵՐԸ
ԵՎ ԴԻՊՈԼԱՅԻՆ ՄՈՄԵՆՏԸ

Դ.Ա. ԲԱԴԴԱՍԱՐՅԱՆ, Դ.Բ. ՀԱՅՐԱՊԵՏՅԱՆ, Հ.Ա. ՍԱՐԳՍՅԱՆ,
Է.Մ. ԴԱԶԱՐՅԱՆ, Ա. ՄԵԴՎԻԴ

Ադիաբատական մոտավորության շրջանակներում և գրգռումների տեսության հետ կոմբինացված մոտեցմամբ դիտարկված են էլեկտրոնային վիճակները կոնական քվանտային կետում: Կատարված են ստացված արդյունքների համեմատություն թվային մեթոդների հետ. վերջավոր տարրերի մեթոդի և Առնոլդիի մեթոդի հետ: Ստացված է էներգիայի ուղղման ինտերպոլյացիոն բանաձևը և դրա կախվածությունը կոնական քվանտային կետի երկրաչափական պարամետրերից: Համեմատված են տարբեր մեթոդներով ստացված ալիքային ֆունկցիաները և որոշված են տարբեր մեթոդների կիրառության սահմանները: Դիտարկված է դիպոլային մոմենտի z -բաղադրիչի կախվածությունը համակարգի երկրաչափական պարամետրերից:

CONICAL QUANTUM DOT: ELECTRONIC STATES AND THE DIPOLE MOMENT

D.A. BAGHDASARYAN, D.B. HAYRAPETYAN, H.A. SARKISYAN,
E.M. KAZARYAN, A. MEDVIDS

The electronic states in a conical quantum dot in the framework of the adiabatic approximation and the combined approach with the perturbation theory have been considered. The obtained results have been compared with the results of numerical methods – finite element method and the Arnoldi method. The interpolation formula for the energy correction has been revealed and its dependence on the geometric parameters of a conical quantum dot have been obtained. The wave functions obtained by the different methods have been compared and the range of applicability of different methods have been identified. The dependence of the z -component of the dipole moment on the geometric parameters of the structure have been considered.