

## Регрессионные модели в задачах оптимизации электромагнитных устройств

Я. А. Новик, В. О. Эглайс, Я. А. Дирба

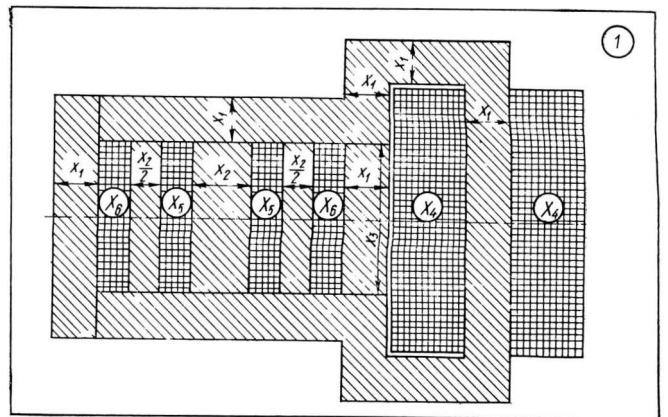
Численные расчеты магнитного поля широко используются для анализа и исследования электрических машин и аппаратов. Применение таких расчетов особенно эффективно при предъявлении повышенных требований к точности расчета и определении основных характеристик этих устройств с учетом имеющейся степени насыщения их магнитопроводов.

Так, метод конечных элементов позволяет определить магнитное поле в электрической машине или аппарате при любой конфигурации токонесущих воздушных и ферромагнитных областей с учетом нелинейных магнитных свойств последних [1]. Однако полученный результат соответствует определенным геометрическим размерам различных частей устройства с заданным значением тока в его обмотках. Поэтому изменение геометрического размера или величины тока требует нового численного расчета магнитного поля. Это обуславливает поиски методов удобного представления и многократного использования информации, полученной в результате численного расчета магнитного поля. Эта задача может быть решена на основе динамической нелинейной теории электрических машин [2], согласно которой выполняются расчеты магнитного поля машины при различных значениях переменных (токи в обмотках и геометрические

размеры различных частей машины). Численные расчеты магнитного поля обобщаются для заданных диапазонов изменения переменных путем нахождения математической модели связи рассматриваемой функции с переменными. Полученная регрессионная модель может быть использована для оптимизации характеристик машины.

В данной статье на примере электромагнита постоянного тока с магнитопроводом сложной конфигурации рассматриваются вопросы синтеза регрессионных моделей, используемых для решения оптимизационной задачи.

В качестве исследуемой модели применяется электромагнит быстродействующего выключателя с предварительно насыщенной размагничивающей системой (рис. 1). Удерживающая ка-



Расчетная модель электромагнита.

Таблица 1

Переменная	Размерность	Значение	
		минимальное	максимальное
$X_1$	мм	25	45
$X_2$	мм	10	20
$X_3$	мм	70	100
$X_4$	А	2000	5000
$X_5$	А	2000	5000
$X_6$	А	0	1000

Таблица 2

Номер точки	Уровни переменных						$\Phi$ (мВб/м)	$\Delta$ (%)
	$X_1$ (мм)	$X_2$ (мм)	$X_3$ (мм)	$X_4$ (А)	$X_5$ (А)	$X_6$ (А)		
1	45	12	79	4300	4600	300	66,7	+3,4
2	34	10	85	2400	2800	800	44,5	-0,9
3	38	13	73	4500	3400	1000	53	-0,5
4	32	14	97	2800	5000	600	42,8	-1,4
5	30	11	91	5000	3100	400	43,3	+3,6
6	28	18	82	3400	2400	900	32	-0,4
7	42	20	94	4000	3700	700	54,9	-0,5
8	40	16	70	2000	4000	500	56,6	-7,6
9	25	17	76	3700	4300	200	33,3	+1,2
10	36	15	88	3100	2000	100	48,8	-0,7
11	45	12	79	2200	2700	650	58,4	+3,2
12	38	13	73	2200	2100	750	49,8	-3,2
13	42	20	94	4000	3700	350	56,8	-1,1
14	25	17	76	3700	4300	850	30,3	+0,9
15	36	15	88	3100	2000	550	45,8	+2,2
16	38	13	73	4600	3400	450	54,7	+1,8
17	32	14	97	2800	5000	250	44,1	-0,2
18	42	20	94	4000	3700	750	54,6	-0,5
19	25	17	76	3700	4300	600	31,2	+3,1
20	28	18	82	3400	2400	150	36,7	-1,8

тушка  $X_4$  создает магнитный потск, с помощью которого в нормальных режимах работы притягивается якорь. Между полюсными наконечниками электромагнита установлена дополнительная катушка  $X_5$ , которая насыщает замкнутый вокруг нее Ш-образный магнитопровод  $X_2$  размагничивающей системы. На этом магнитопроводе установлена размагничивающая катушка  $X_6$ , которую обтекает ток защищаемой цепи. В нормальных режимах работы из-за насыщенного состояния магнитопровода размагничивающей системы эта катушка мало влияет на притягивающее усилие электромагнита. В аварийных ситуациях поток размагничивающей катушки резко увеличивается и вытесняет из якоря поток удерживающей катушки. Так как в якоря эти потоки направлены навстречу один к другому, электромагнит отключается.

Для анализа и определения характеристик электромагнита первостепенное значение имеет синтез зависимости магнитного потока  $\Phi$  в якоря как функция геометрических размеров и токов в его обмотках:

$$\Phi = f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6). \quad (1)$$

В качестве независимых переменных факторов, влияющих на величину магнитного потока в якоря, выбраны геометрические размеры  $X_1, X_2, X_3$  и намагничивающие силы  $X_4, X_5, X_6$  (см. рис. 1). Диапазоны изменения переменных  $X_1—X_6$ , приведенные в табл. 1, выбраны на базе данных, полученных при экспериментальном исследовании опытных образцов таких электромагнитов на Рижском электромашиностроительном заводе. Минимальные и максимальные значения этих величин определены для разрабатываемых быстродействующих выключателей постоянного тока защиты главных цепей перспективных электропоездов.

Для того чтобы в одинаковой мере охватить и исследовать всю область переменных по табл. 1, разбиваем диапазоны всех переменных на 10 равных уровней и, исходя из результатов работы [3], составляем план экспериментов, представленных в табл. 2. Этот план включает 20 расчетных точек. Первые 10 строк табл. 2 представляют собой план численных расчетов магнитного поля, когда расчетные точки равномерно размещены не только по каждому параметру, но и в области шестимерного пространства переменных. При этом значения переменных  $X_1—X_6$  не повторяются ни в строках, ни в графах.

Поскольку особый интерес представляет зависимость потока  $\Phi$  от тока в катушке  $X_6$  в план расчета магнитного поля включены строки 11—20, которые обеспечивают более подробное исследование влияния переменной  $X_6$  на магнитный поток. Магнитный поток  $\Phi$  в якоря электромагнита определяем по методу конечных элементов [1], полагая магнитное поле электромагнита плоскопараллельным. Как показано в работе [4], такое допущение возможно при определении магнитного потока якоря. Значения магнитного потока, полученные по МКЭ, представлены в столбце 7 табл. 2.

Синтез регрессионного уравнения (1) проводим на ЭВМ методом, изложенным в работе [5]. По этому методу предполагается синтез уравнения регрессии в виде полинома с использованием различных комбинаций элементарных функций, а затем исключение членов, менее влияющих на конечный результат аппроксимации. Таким образом, для исследуемой зависимости получаем аппроксимирующие формулы (согласно числу отобранных элементарных функций), которые отличаются одна от другой числом членов, входящих в них, а следовательно, точностью и надежностью [5]. Чем больше слагаемых и коэффициентов в синтезированных формулах, тем большая точность аппроксимации достигается в расчетных точках, но при этом снижается надежность формул: в промежуточных точках факторного пространства, не используемых при синтезе регрессионной модели, погрешности могут быть недопустимо большими.

Основная зависимость для практического использования выбирается исходя из следующего критерия: относительные погрешности в заданных и промежуточных точках многомерного пространства должны быть аналогичны. В результате получено регрессионное уравнение для магнитного потока на единицу длины:

$$\Phi = 3,432 + 1,3144 \cdot 10^{-3} X_4 - 16,951 \cdot 10^{-3} X_6^2 / X_4 + 1,4713 X_1 - 0,5965 X_2 - 0,7843 X_3^2 / X_5. \quad (2)$$

Относительные погрешности аппроксимации  $\Delta$  по выражению (2) в сравнении с рассчитанными значениями магнитного потока представлены в табл. 2. Здесь максимальное значение погрешности составляет 7,6%. Для предварительной проверки надежности синтезированной формулы проведены расчеты потока  $\Phi$  в десяти точках многофакторного пространства. Значения переменных  $X_1$ — $X_6$  для этого случая выбирались как средние между заданными в табл. 2. Сопоставление этих расчетов со значениями, полученными по формуле (2), показывает, что относительные погрешности также не превышают 7,6%.

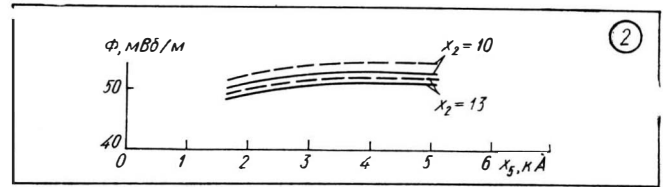
Экспериментальная проверка точности полученной формулы проводилась на модели электромагнита, изготовленного на базе выключателя БВП-105 и работающего в статических режимах. В момент испытания дискретно изменялись значения параметров  $X_5$ ,  $X_6$  и на разрывной машине замерялась сила, действующая на якорь электромагнита [6].

Магнитный поток  $\Phi$  на единицу длины рассчитывался по формуле (2), сопоставлялся со значениями, полученными из экспериментальных данных, используя известное соотношение

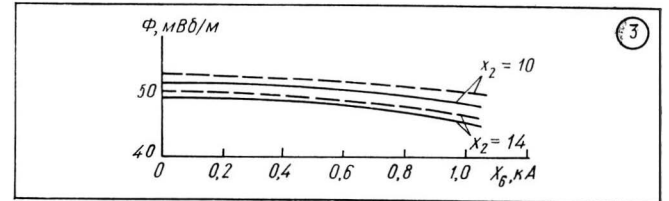
$$F = \frac{\Phi_n^2}{2\mu_0 S}, \quad (3)$$

где  $F$  — сила, действующая на один полюс якоря;  $\Phi_n$  — полный поток, проходящий по якорю;  $S$  — площадь поперечного сечения якоря.

На рис. 2—3 представлены зависимости  $\Phi = f(X_5)$  и  $\Phi = f(X_6)$ , полученные экспериментально и рассчитанные по формулам (2) и (3) при  $X_1 = 34$  мм,  $X_3 = 89$  мм,  $X_4 = 5,225$  кА и соответственно  $X_6 = 0$  и  $X_5 = 2,603$  кА. Сопоставление этих кривых показывает, что различие в определении потока на базе регрессионного уравнения и по экспериментальным данным составляют 0,8—4,6%. Таким образом, выражение (2) обладает достаточной точностью и надежностью и поэтому может быть использовано при анализе и проектировании таких электромагнитов. Это уравнение может служить основой при решении различных оптимизационных задач. Рассмотрим пример минимизации массы электромагнита, общая масса которого состоит из массы сталь-



Зависимости магнитного потока в якорь электромагнита от намагничивающей силы  $X_5$ , полученные экспериментально (— — — —) и расчетным путем (— — — —).



Зависимости магнитного потока в якорь электромагнита от намагничивающей силы  $X_6$ , полученные экспериментально (— — — —) и расчетным путем (— — — —).

ного сердечника  $G_{ст}$  и массы медных обмоток  $G_m$ , однозначно определяемых переменными  $X_1$ — $X_6$ :

$$G = G_{ст} + G_m, \quad (4)$$

где

$$G_{ст} = 10^{-6} \{21,78 X_1 X_2 X_3 + X_1^2 [60,67 X_1 + 57,13 \sqrt{X_4} + 43,51 X_2 + 1/X_3 \times (21698 + 23,44 X_5)]\}; \quad (5)$$

$$G_m = 10^{-6} [(47,69 X_1 + 28,53 \sqrt{X_4}) X_4 + (9,86 X_1 + 6,7 X_2 + 10,52 \cdot X_3 / X_3) X_5 + 13030 X_1 + 19076,3 \times X_5 / X_3 + 17728,8 X_2 + 8828942 \cdot 1 / X_3], \text{ кг}. \quad (6)$$

При выводе формул (5) и (6) принято, что толщина сердечника равна  $1,47 X_1$ , а коэффициент заполнения обмоток для катушек  $X_4$  и  $X_5$  равен 0,7. Размерность  $X_1$ — $X_6$  соответствует табличным показателям.

Из выражений (2), (5), (6) следует, что величина потока  $\Phi$  и масса электромагнита зависят от значения переменной  $X_2$ : при уменьшении  $X_2$  магнитный поток  $\Phi$  возрастает, а масса электромагнита уменьшается. Однако при чрезмерном уменьшении  $X_2$  также снижается быстродействие всего выключателя. При изменении тока в обмотке катушки  $X_6$  (в защищаемой цепи) в широком диапазоне (вплоть до аварийных значений) необходимо, чтобы магнитный поток в сердечнике удерживающей катушки оставался постоянным. Для оценки данного явления аналогично изложенному для формулы (2) была синтезирована зависимость указанного потока  $\Phi_4$  на единицу длины от переменных  $X_1$ — $X_6$ :

$$\Phi_4 = 25,43 + 11540 X_4^2 + 1381 \cdot 1 / X_5^2 + 3,087 X_2^2 +$$

$$+ 4361 \cdot 1/X_4^* + 13,12X_1^* - 2,347X_3^* + 908X_6^* - 6,015 \cdot 1/X_1, \quad (7)$$

где

$$X_1^* = -1,147 + 0,0588X_{1i}; \quad X_2 = -0,5 + X_2;$$

$$X_3^* = -2,542 + 0,0417X_3; \quad X_4^* = -0,2857 +$$

$$+ 0,3571X_4; \quad X_5^* = -0,167 + 0,3333X_5;$$

$$X_6^* = 0,3889 + 1,1111X_6.$$

Расчеты по этой формуле показывают, что поток  $\Phi_4$  при изменении  $X_6$  меняется незначительно. Формула (7) в общем случае может использоваться также при проектировании электромагнитов.

Оптимизацию электромагнита на базе выражений (2)—(6) проводим по методике, изложенной в работах [7, 8]. При оптимизации необходимо учитывать ограничения на область поиска, задаваемые табл. 1, так как только в этой области синтезированное уравнение регрессии адекватно описываемому объекту. Чтобы учесть условия работы реального выключателя, необходимо ввести дополнительно функциональные ограничения:

1) тяговое усилие при изменении тока в катушке  $X_6$  от нуля до номинального значения должно быть равно или больше заданного номинального  $F_n$ , определяемого конкретными условиями;

2) тяговое усилие  $F_{кз}$  при аварийном токе должно быть в заданное число раз меньше, чем усилие  $F_0$  при холостом ходе.

Последнее ограничение необходимо для обеспечения надежного срабатывания выключателя в аварийных случаях.

Рассмотрим оптимизацию электромагнита при  $F_n \geq 1393 \text{ Н}$  и  $\frac{F_{кз}}{F_0} \leq 0,7$ . Значения параметров, обеспечивающих минимум массы электромагнита, следующие:  $X_1 = 36,45 \text{ мм}$ ,  $X_2 = 10 \text{ мм}$ ,  $X_3 = 78,1 \text{ мм}$ ,  $X_4 = 2000 \text{ А}$ ,  $X_5 = 2005 \text{ А}$ . Масса элек-

тромагнита  $17,7 \text{ кг}$ , т. е. на 21 % меньше, чем у опытного образца. Решение задачи на ЭВМ повторяется многократно в различных начальных точках, равномерно распределенных в области допустимых значений варьируемых параметров. Оптимизация неизменно заканчивается в малой окрестности приведенного решения, в результате полученное решение является глобальным, а не локальным минимумом. Аналогично по методике, изложенной в работах [7, 8], оптимизации можно подвергать и другие показатели.

В заключение отметим, что при использовании в совокупности результатов численных расчетов магнитного поля и регрессионных моделей можно весьма эффективно проводить анализ и оптимизацию электромагнитных устройств.

1. Новик Я. А. Численный расчет магнитного поля методом конечных элементов в электрических машинах с учетом насыщения стали. — Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, 1974, № 5, с. 96—103.
2. Новик Я. А. Основные принципы построения динамической нелинейной теории электрических машин. — В кн.: Вычисл. техника и моделирование в энергетике. Киев: Наук. думка, 1983, с. 39—41.
3. Аудзе П. П., Эглайс В. О. Новый подход к планированию многофакторных экспериментов. — Вопр. динамики и прочности, 1977, вып. 35, с. 104—107.
4. Новик Я. А., Миеснице С. Б. Численный расчет магнитного поля электромагнита постоянного тока. — В кн.: Сложные электромагнитные поля и электрические цепи, 1981, № 9, с. 92—96.
5. Эглайс В. О. Синтез регрессионной модели объекта на основе табличных данных. — Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, 1980, № 4, с. 109—112.
6. Регрессионная модель для анализа работы быстродействующего электромагнита постоянного тока / У. К. Браканский, Я. А. Дирба, Я. А. Новик, Л. А. Ниедзвидзис — Изв. АН ЛатвССР. Сер. физ. и техн. наук, 1982, № 3, с. 90—94.
7. Эглайс В. О. Алгоритм интуитивного поиска для оптимизации сложных систем. — В кн.: Вопросы динамики и прочности, 1980, № 36, с. 28—33.
8. Эглайс В. О. Учет ограничений при параметрической оптимизации сложных систем алгоритмом интуитивного поиска. — Там же, 1980, № 36, с. 34—38.

Поступила 01.09.82